

Methoden und Werkzeuge für Entwurf und Herstellung schalenartiger und dünnwandiger Betonbauteile mit Regelflächengeometrie | Methods and tools for the design and construction of thin-walled concrete structures with ruled surface geometry

- ▶ Mike Schlaich¹, Arndt Goldack¹, Juan Pablo Osman-Letelier¹, Daniel Lordick², Kevin Noack², Martin Friedrich Eichenauer², Robert Päßler² Michael Pott²
- ▶ ¹ Fachgebiet Entwerfen und Konstruieren – Massivbau, TU Berlin
- ▶ ² Institut für Geometrie, TU Dresden

1 Einführung

Schalentragwerke werden derzeit häufig aus Stahl oder Holz gebaut, dagegen findet Beton aus diversen Gründen selten Verwendung. Dies liegt unter anderem an der aufwändigen und daher kostenintensiven Schalungsherstellung [1], [2]. Werden Schalen mit einer Regelflächengeometrie entworfen, kann die Anwendung von Beton wieder wirtschaftlich sein. Regelflächen werden aus Geraden erzeugt und weisen dennoch eine doppelte Krümmung auf. Dadurch kann die Schalung aus geradlinigen Elementen (z. B. Holzbrettern) oder für eine höhere Präzision mit einer Heißdrahtschneidemaschine hergestellt werden. Somit lässt sich das effiziente Tragverhalten doppelt gekrümmter Schalen mit einer vergleichsweise einfachen Herstellung vereinen [3], [4].

Das Potenzial von Regelflächen zeigt sich vor allem in Dachformen der 1950er und 1960er Jahren deutlich, bei denen weltweit verschiedene Varianten von Betonschalen mit Regelflächengeometrie gebaut wurden. In Mexiko unter Felix Candela und in Deutschland unter Ulrich Müther wurden zahlreiche Bauten realisiert, deren Gestaltung im Vergleich zu anderen Schalentragwerken eine einfache Herstellung im Blick hat.

1 Introduction

These days, shell structures are generally made of steel or wood, whereas concrete is rarely used. One reason for this is the complex and therefore cost-intensive production of formwork [1], [2]. However, with the use of ruled surface geometries, the use of concrete can once again become economical. Ruled surfaces are created from straight lines and still can have a double curvature. This allows the formwork to be made from straight elements (e.g. wooden boards) or for greater precision, with a hot wire cutting machine. Thus, the efficient load-bearing behaviour of doubly curved shells can be combined with a comparatively simple production process [3], [4].

The potential of ruled surfaces is particularly evident in roof forms from 1950s and 1960s. In this decades, different variants of concrete shells with ruled surface geometry were built worldwide. In Mexico under Felix Candela and in Germany under Ulrich Müther, numerous buildings were realized, whose design, compared to other shell structures, focused on a simple production process.

2 Schalen mit Regelflächengeometrie

Regelflächen gehören zu den sogenannten geometrischen Formen, da sie mathematisch explizit beschrieben werden können. Anhand ihrer Hauptkrümmungsrichtungen lassen sich Regelflächen mit dem Gauß'schen Krümmungsmaß κ in einfach gekrümmte ($\kappa = 0$) oder negativ gekrümmte ($\kappa < 0$, von einzelnen Erzeugenden abgesehen) Flächen gliedern. Im ersten Fall ($\kappa = 0$) sind die Flächen wie z. B. Zylinder und Kegel *abwickelbar* und lassen sich aus einem ebenen Material verzerrungsfrei herstellen. Im zweiten Fall ($\kappa < 0$) nennt man die Flächen *windschief*. Wichtige Vertreter der Gruppe der nicht abwickelbaren Regelflächen sind das hyperbolische Paraboloid (Bild 1 a) und das einschalige Hyperboloid (Bild 1 b). Sie bilden gemeinsam die Gruppe der sogenannten algebraischen Regelflächen 2. Ordnung, auch Reguli genannt [5]. Ihre Besonderheit ist, dass sie je zwei Scharen von geraden Erzeugenden tragen, also zwei Reguli enthalten.

Allgemein werden Regelflächen durch die Bewegung einer Gerade im dreidimensionalen Raum erzeugt. Pottmann et al. [6] kategorisieren die Erzeugung von Regelflächen insofern nach zwei Verfahren: Entweder wird eine Gerade entlang einer Leitkurve $\mathbf{c}(u)$ mit einem variablen Richtungsvektor $\mathbf{d}(u)$ bewegt (Bild 1 e) oder die Regelfläche wird durch zwei korrespondierende Leitkurven \mathbf{C}_1 und \mathbf{C}_2 erzeugt (Bild 1 f). Eine weitere Methode wird von Pottmann und Wallner vorgestellt [7], nach welcher die Erzeugenden mit Mitteln der Liniengeometrie [8] direkt verändert werden. Dieser Ansatz wird in Abschnitt 4 beschrieben und wurde auch im Rahmen dieses Projektes für den Entwurf von Betonbauteilen mit Regelflächengeometrie untersucht [4].

3 Entwurf (TU Berlin)

Der Entwurf gehört zu den wichtigsten und schwierigsten Phasen und ist der Ursprung des Tragwerks. Die Wahl der Baustoffe, des Systems und der Abmessungen ist maßgeblich für Funktionstüchtigkeit, Wirtschaftlichkeit, äußere Erscheinung, Bauausführung und Bauzeit. Vor

2 Shells with ruled surface geometry

Ruled surfaces belong to the so-called geometric shapes, since they can be explicitly described by mathematical formulae. Based on their curvature, ruled surfaces can be classified with the Gaussian curvature measure κ as single curved ($\kappa = 0$) or negatively curved ($\kappa < 0$) surfaces. In the first case ($\kappa = 0$), the surfaces such as cylinders and cones and torsal surfaces can be developed and produced from a flat material without distortion. In the second case ($\kappa < 0$) the surfaces cannot be developed and called *skew*. Most prominent representatives of the group of skew ruled surfaces are the hyperbolic paraboloid (Fig. 1 a) and the one-sheeted hyperboloid (Fig. 1 b). Together they form the group of the algebraic ruled surfaces of second order, also called regulus [5]. Their special feature is that they each carry two families of generators, i.e. they contain two reguli.

In general, ruled surfaces are created by moving a straight line in three-dimensional space. Pottmann et al. [6] categorized the generation of ruled surfaces in two methods: In the first method, a straight line is moved along a director curve $\mathbf{c}(u)$ with a variable direction vector $\mathbf{d}(u)$ (Fig. 1 e) or the ruled surface is generated by two corresponding guide curves \mathbf{C}_1 and \mathbf{C}_2 (Fig. 1 f). A further method is presented by Pottmann and Wallner [7], according to which the straight lines can be manipulated directly by means of line geometry [8]. This approach is described in section 4 and was investigated in this project for the design of concrete shells with ruled surface geometry [4].

3 Conceptual design (TU Berlin)

The conception and design, the birth of the structure, is one of the most important and difficult phases. The choice of building materials, system and dimensions is decisive for the functional efficiency, economy, external appearance, construction and construction time. The conceptual design plays an important role, especially in shell structures: in double-curved

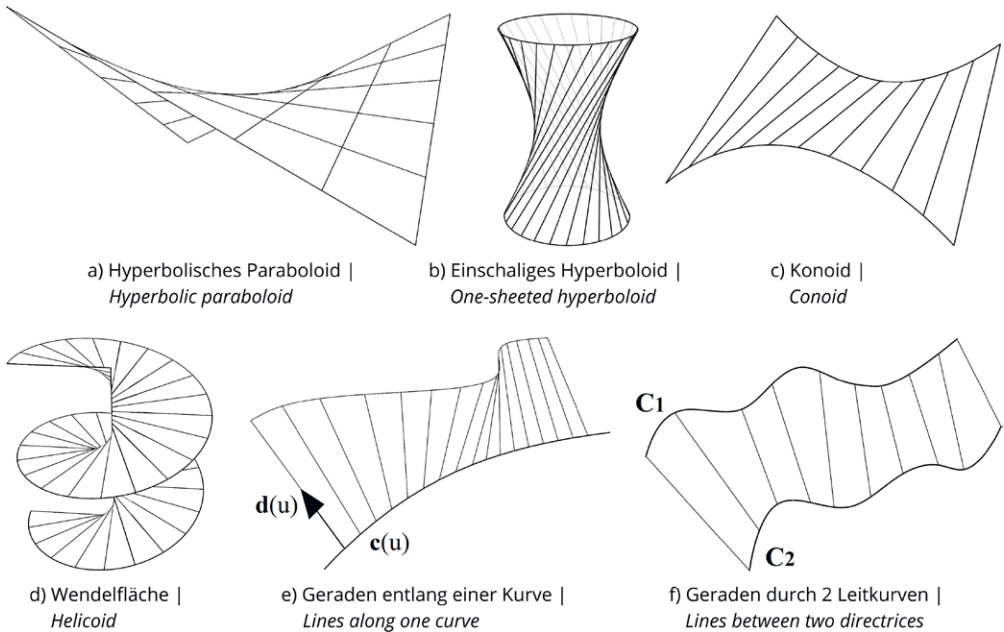


Bild 1: Beispiele für einige negativ gekrümmte Regelflächen (a-f) | Fig. 1: Examples of some skew ruled surfaces (a-f)

allen bei Flächentragwerken spielt der Entwurf eine wichtige Rolle: bei doppelt gekrümmten Flächentragwerken beeinflussen sich Form und Konstruktion entscheidend, sodass jede Variation der Form eine direkte Wirkung auf Tragverhalten, Herstellung und Montage hat. Deshalb werden leichte dünnwandige Flächentragwerke nicht in der üblichen Art und Weise entworfen. Im Mittelpunkt des Entwurfs steht die Formfindung [9]. Dazu gibt es eine Vielzahl physikalischer und numerischer Methoden [10]. Die bekannteste physikalische Methode ist das Hängemodell, beispielsweise verwendet von Antoni Gaudí und Heinz Isler. Klassische numerische Methoden sind die Finite-Elemente-Methode (direkte Übersetzung der physikalischen Hängemodelle), dynamische Relaxation und die Kraft-Dichte-Methode [11]. Allerdings sind diese Methoden üblicherweise auf Tragwerke mit reiner Membranwirkung beschränkt [10], [12]. Weiterhin ermöglichen sie nur die Betrachtung eines Lastfalles (i. d. R. Eigengewicht) [12]. Im Falle keiner reinen Membranwirkung und mehrerer Lastfälle ist eine Ergänzung mittels der Methoden der Strukturoptimierung vielversprechender [13].

shell structures, form and construction have a decisive influence on each other in such a way that every variation of the form has a direct effect on structural behaviour, production and installation. Therefore, shell structures are not designed in the usual way. The focal point of the design is the form finding [9]. This includes a variety of physical and numerical methods [10]. The best known physical method is the hanging model, for example used by Antoni Gaudí and Heinz Isler. Classical numerical methods are the finite element method, dynamic relaxation and the force-density method [11]. However, these methods are usually limited to structures with pure membrane action [10], [12]. Furthermore, they only allow the consideration of one load case (usually dead weight) [12]. In the case of no pure membrane action and several load cases, the use of the methods involving structural optimization is more promising [13].

As already mentioned, ruled surfaces belong to the group of so-called geometric shapes, since they can be described mathematically or, in some cases, their structural behaviour can be

Wie bereits erwähnt, gehören Regelflächen zu der Gruppe der sogenannten geometrischen Formen, da sie mathematisch beschrieben werden können bzw. ihr Tragverhalten bei einigen Fällen analytisch untersucht werden kann. Allerdings weisen diese i. d. R. keinen reinen Membranzustand auf, wodurch zusätzliche Maßnahmen wie Randträger, Steifen oder Vorspannung betrachtet werden müssen [14].

Für den Entwurf von Schalen mit Regelflächengeometrie können die Methoden der Strukturoptimierung verwendet werden. Hierbei werden Geometrieparameter soweit variiert, bis eine Zielfunktion minimiert ist [15]. Das generelle Problem der Strukturoptimierung kann wie folgt beschrieben werden [14]:

$$\text{minimiere } f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$h_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$g_j(\mathbf{x}) = 0, j = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$x_k(\mathbf{x}) = 0, k = 1, \dots, p \quad (4)$$

Die Zielfunktion f ist abhängig von dem Entwurfsvektor \mathbf{x} , in dem die Optimierungsvariablen definiert sind, sowie m Gleichungen $h_i(\mathbf{x})$ und p Ungleichungen $g_j(\mathbf{x})$ als Nebenbedingungen begrenzt. Es ist ebenso möglich, für mehrere Zielfunktionen und unterschiedliche Lastfälle sowie für die entsprechenden Lastfallkombinationen zu optimieren [16].

Die Strukturoptimierung kann, in Abhängigkeit von der Art der Entwurfsvariablen, in die folgenden vier Unterkategorien aufgeteilt werden: Form-, Topologie-, Querschnitts- und Materialoptimierung [15], [16], Tabelle 1. Im Rahmen dieses Projektes wurden die Untersuchungen auf Form- und Materialoptimierung beschränkt, da hierbei die Vorzüge der Regelflächengeometrie am besten genutzt werden können.

4 Formoptimierung (TU Berlin)

In diesem Projekt war die Regelflächengeometrie als feste Bedingung für die Form der Schale

described analytically. However, these usually do not show a pure membrane state, therefore, additional measures such as edge beams or prestressing have to be considered [14].

For the design of shells with ruled surface geometry the methods of structural optimization can be used. Here, geometric parameters are varied until an objective function is minimized [15]. The general problem of structural optimization can be described as follows [14]:

$$\text{minimize } f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\text{subject to } h_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$g_j(\mathbf{x}) = 0, j = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$x_k(\mathbf{x}) = 0, k = 1, \dots, p \quad (4)$$

The objective function f depends on the design vector \mathbf{x} , in which the optimization variables are defined, and m equations $h_i(\mathbf{x})$ and p inequalities $g_j(\mathbf{x})$ as constraints. It is also possible to optimize several objective functions with different load cases and for the corresponding load combinations [16].

Depending on the type of design variables, the structural optimization can be divided into the following four subcategories: shape, topology, cross-section and material optimization [15], [16], see Table 1. In the context of this project, the investigations were limited to shape and material optimization, since the advantages of a ruled surface geometry can be used best here.

4 Shape optimization (TU Berlin)

In this project, a ruled surface geometry was set as a fixed constrain for the shape optimization. The shape optimization is an iterative process that works with three models: Design, analysis and optimization model [10], [16]. The *design model* defines the parametric representation of the shape. To develop the *analysis model*, the model properties (e.g. support conditions, load cases, cross-sections, material properties, etc.) are defined and a structural analysis based on finite elements (FE) is performed (Fig. 2). The

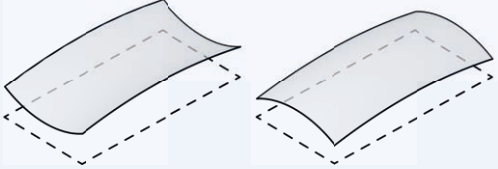
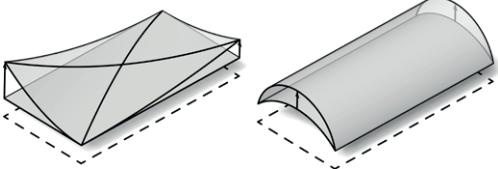
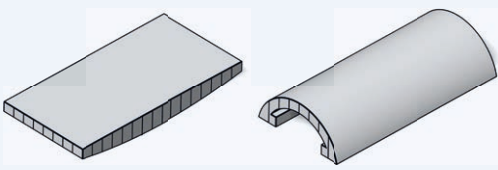
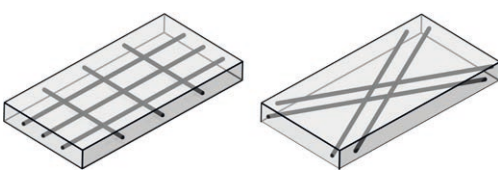
<p>Topologieoptimierung Topology optimization</p>	
<p>Formoptimierung Shape optimization</p>	
<p>Querschnittsoptimierung Cross-section optimization</p>	
<p>Materialoptimierung Material optimization</p>	

Tabelle 1: Methoden der Strukturoptimierung | Table 1: Methods of structural optimization

gesetzt und somit eine Beschränkung auf eine Formoptimierung vorgegeben. Die Formoptimierung ist ein iterativer Prozess, der mit drei Modellen arbeitet: Entwurfs-, Analyse- und Optimierungsmodell [10], [16]. Das *Entwurfmodell* definiert die parametrische Darstellung der Form. Zur Erzeugung des *Analysemodells* werden die Modelleigenschaften (z. B. Auflagerbedingungen, Lastfälle, Querschnitte, Materialeigenschaften etc.) definiert und eine Tragwerksanalyse auf Basis einer Finite-Elemente-Berechnung (FE-Berechnung) ausgeführt (Bild 2). Dabei können die Tragwerkeigenschaften und Ergebnisse (z. B. Masse, Verformungsenergie, Druck- und Zugspannungen, Dehnungen, Verformungen, Eigenfrequenzen, Beullastfaktoren) verwendet werden, um die Zielfunktion oder die Nebenbedingungen der Optimierung zu definieren [10]. Das *Optimierungsmodell* wertet die Ergebnisse aus dem Analysemodell aus und

structural properties and results (e.g. mass, deformation energy, compressive and tensile stresses, strains, deformations, natural frequencies, buckling load factors) can be used to define an objective function or the constraints for the optimization [10]. The *optimization model* evaluates the results from the analysis model and searches for a shape, in which the objective function is minimized within the defined constraints.

The selected parameterization of the shape in the *design model* simultaneously defines and limits ("filters") the set of possible shapes (the *design space*) and thus has a significant influence on the solution of the optimization problem [17]. The usual methods for parameterization are CAGD-based (*Computational Aided Geometric Design*), FE-based or isogeometric analysis (IGA) [14]. Especially for the parameterization of ruled

steuert die Suche nach einer Form, bei der die Zielfunktion innerhalb der definierten Nebenbedingungen minimiert wird.

Die gewählte Parametrisierung der Form im *Entwurfsmodell* definiert und limitiert („filtert“) gleichzeitig die Menge der möglichen Formen (den *Entwurfsraum*) und hat somit großen Einfluss auf die Lösung des Optimierungsproblems [17]. Die üblichen Methoden für die Parametrisierung sind die CAGD-basierte (*Computational Aided Geometric Design*), die FE-basierte oder die isogeometrische Analyse (IGA) [14]. Speziell für die Parametrisierung von Regelflächen und als Alternative zu den oben genannten Methoden werden die Modelle der Liniengeometrie von Lordick et al. [8] aufgeführt.

5 Formoptimierung mittels der Verwendung eines liniengeometrischen Modells (TU Dresden)

5.1 Liniengeometrisches Modell

Die Mannigfaltigkeit aller Geraden im dreidimensionalen Anschauungsraum \mathbb{R}^3 ist vierdimensional. Das heißt im Klartext, dass zur Festlegung einer Geraden mindestens vier Koordinaten erforderlich sind. Das ist auch der Grund, warum der Umgang mit Geraden erhöhte Anforderungen an das räumliche Vorstellungsvermögen stellt. Um die Geraden rechnerisch in den Griff zu bekommen, ist es aus mathematischer Sicht üblich, die Geraden als *Punkte* in einem höherdimensionalen Modellraum zu betrachten. Im vorliegenden Projekt wird dazu die sogenannte *Dualsphäre* oder auch *Study Sphere* S_D^2 verwendet. Nun entspricht jeder Punkt auf der vierdimensionalen Dualsphäre einer *orientierten Geraden* im dreidimensionalen Raum. Da jede Regelfläche als Bewegung einer Geraden durch den Raum beschrieben werden kann [7], gibt es eine bijektive Abbildung zwischen den Regelflächen im dreidimensionalen Raum und stetigen Pfaden bzw. Kurven auf der Dualsphäre. Eine Anwendung ist etwa die Kinematik von Industrierobotern.

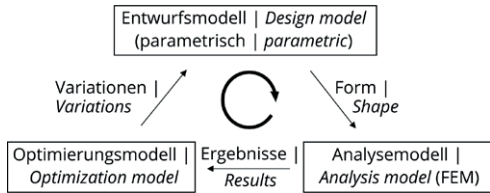


Bild 2: Schematischer Workflow des Optimierungsprozesses | Fig. 2: Schematic representation of the optimization workflow

surfaces and as an alternative to the methods mentioned above, the models of line geometry are recommended by Lordick et al. [8].

5 Shape optimization by using a line geometric model (TU Dresden)

5.1 Geometric point model of line space

The manifold of all straight lines in the Euclidean space is four-dimensional, i.e., for the definition of a straight line, at least four coordinates are necessary. This is also the reason why the handling of straight lines it difficult to imagine the geometry. In order to manipulate straight lines computationally, it is common from a mathematical point of view to consider the lines as *points* in a higher-dimensional model space. In the present project, the so-called *dual unit sphere* or *Study sphere* S_D^2 is used for this purpose. Now, each point on the four-dimensional Study sphere corresponds to an *oriented line* in three-dimensional space. Since each ruled surface can be described as the motion of a straight line through space [7], there is a bijective mapping between ruled surfaces in three-dimensional space and continuous paths or curves on the dual unit sphere. An application of this concept is for example the kinematics of industrial robots.

On the dual unit sphere, ruled surfaces can be treated like spline curves interpolating points. That is, in our algorithms, ruled surfaces interpolate individual predefined control lines represented by individual points on the dual unit sphere (Fig. 3). This allows to implement a range of well-known interpolation algorithms with

Auf der Dualsphäre können Regelflächen wie Spline-Kurven, die Punkte interpolieren, behandelt werden. Das bedeutet, in unseren Algorithmen interpolieren Regelflächen einzelne vordefinierte Kontrollgeraden, welche durch einzelne Punkte auf der Dualsphäre repräsentiert werden (Bild 3). Damit ermöglicht man die Implementierung einer Palette von bekannten Interpolationsalgorithmen mit raffinierten Kontrolloptionen [17], [18]. Die einfache Interpolation zweier Punkte auf S_D^2 durch eine Geodätische entspricht einer Wendelfläche im dreidimensionalen Raum. Ferner erlaubt die Adaption von Finite-Elemente-Verfahren zur Lösung von Randwertproblemen auf S_D^2 die Anwendung des liniengeometrischen Modells auf die im Folgenden genutzten Optimierungsverfahren.

Die Identifikation einzelner Punkte einer Erzeugenden ist mit dem liniengeometrischen Modell nicht direkt möglich. Hier war ein Ansatz, neben dem Richtungs- und dem Momentenvektor noch eine dritte Komponente zur Beschreibung der Geraden mit aufzunehmen. Ein Punkt der Geraden kann durch einen Vektor charakterisiert werden, der den Schnitt mit einer anderen Geraden beschreibt. Diese Methode eignet sich zwar, jedoch verliert man hierbei den Vorteil

refined control options [17], [18]. The simple interpolation of two points on S_D^2 by a geodesic, corresponds to a helical surface in three-dimensional space. Furthermore, the adaptation of finite element methods to solve boundary value problems on S_D^2 allows linking the line geometric model to the optimization methods used in the following.

With the line geometric model, the identification of individual points of a generatrix is not possible in a direct way. Here, one approach was to introduce a third component into the model description of the straight line, additional to the direction and moment vectors. Any point of the line can be characterized by a vector indicating the intersection with another straight line. This method is feasible, however, in the process the advantages of the established calculus on the dual unit sphere cannot be utilized. Therefore, this approach was not pursued. Instead, a solution approach from the first funding period of the SPP was retained.

For the shape optimization, the initial design should be defined on the dual unit sphere. This has the distinct advantage that the design space is by default restricted to ruled surfaces. However, the generated and geometrical optimal

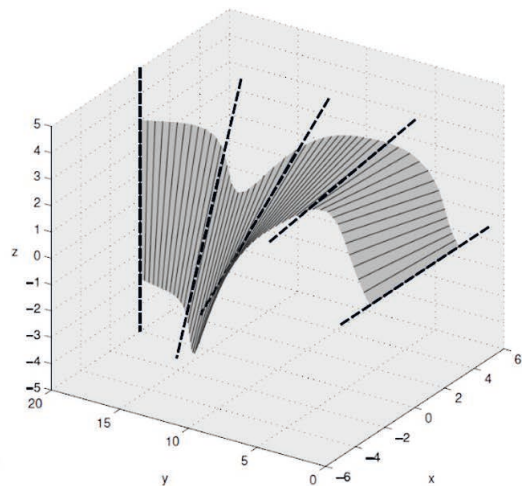
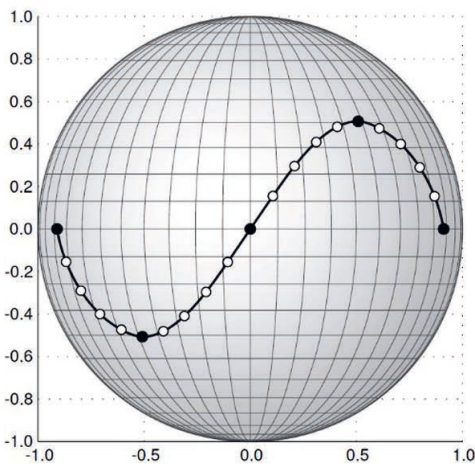


Bild 3: Interpolation auf der Dualsphäre (zweidimensionaler Realteil; links) und entsprechende Regelfläche im dreidimensionalen Raum (schematisch; rechts) | **Fig. 3:** Interpolation on the Study Sphere (two-dimensional real part) on the left side and corresponding ruled surface in the tree-dimensional space (schematic diagram) on the right side

des geschlossenen Kalküls auf der Dualsphäre. Deshalb wurde dieser Ansatz nicht weiterverfolgt. Stattdessen wurde ein Lösungsansatz aus der ersten Förderperiode des SPP beibehalten.

Für die Formoptimierung kann das Entwurfsmodell auf der Dualsphäre definiert werden. Das hat den entscheidenden Vorteil, dass der Entwurfsraum auf Regelflächen eingegrenzt wird. Allerdings muss die generierte Form in den euklidischen Raum übersetzt werden, damit das Analysemodell (FE-Modell) erzeugt werden kann. Somit kann das liniengeometrische Modell nicht durchgängig für den ganzen Optimierungsprozess verwendet werden. Dies stellt einen Nachteil im Vergleich zu anderen Formoptimierungsansätzen dar (z. B. isogeometrisches Verfahren [14]), ist aber im Rahmen dieses Projektes nicht zu vermeiden.

5.2 Stückweise geodätische Interpolation von Regelflächenstücken

Die stückweise geodätische Interpolation von Regelflächenstücken mit stetigen Übergängen wurde mithilfe geodätischer Pfade auf der Dualsphäre durchgeführt. Dabei entspricht eine kürzeste Strecke auf S_{D^2} , eine sogenannte Geodätische, einer Wendelfläche im \mathbb{R}^3 . Dafür wurde die duale Rodrigues-Formel verwendet [19] (Bild 4):

$$R(t) = I + \sin(\varphi \cdot t) \cdot N + (1 - \cos(\varphi \cdot t)) \cdot N^2 \quad (5)$$

Hierbei beschreiben $\varphi \cdot t$ die duale Winkelgeschwindigkeit zwischen zwei Erzeugenden und N das duale Kreuzprodukt, welches die Rotationsachse beschreibt. Damit wird nach Chasles-Theorem [20] eine Bewegung einer Erzeugenden im Raum, also eine Regelfläche, über eine Rotation sowie eine Translation beschrieben. Auf eine Starterzeugende $I^{(1)}$ angewendet, bedeutet das:

$$I(t) = R(t) \cdot I^{(1)} = \sin(\varphi \cdot t) \cdot (n \times I^{(1)}) + \cos(\varphi \cdot t) \cdot I^{(1)} \quad (6)$$

Mit $t \in [0,1]$ wird die jeweilige Erzeugende der Regelfläche beschrieben. Diese kann auch analog zu (6) mit

shape must be translated into Euclidean space in order to apply the analysis model (FE model). Thus, the line geometric model cannot be used consistently for the entire optimization process. This is a disadvantage compared to other shape optimization approaches (e.g. isogeometric method [14]), but cannot be avoided in context of this project.

5.2 Piecewise geodesic interpolation of ruled surface patches

The piecewise geodesic interpolation of ruled surface patches with continuous junctions was performed with the help of geodesic paths on the dual unit sphere. Here, a shortest path on S_{D^2} , a so-called geodesic, corresponds to a helical surface in \mathbb{R}^3 (Fig. 4). The dual Rodrigues formula was used for this purpose [19]:

$$R(t) = I + \sin(\varphi \cdot t) \cdot N + (1 - \cos(\varphi \cdot t)) \cdot N^2 \quad (5)$$

Here, $\varphi \cdot t$ describes the dual angular velocity between two generatrices and N the dual cross product, which describes the rotation axis. According to Chasles' theorem [20], a motion of a generatrix in space, i.e. a ruled surface, is described by a rotation and a translation. Applied to an initial generatrix $I^{(1)}$, this means:

$$I(t) = R(t) \cdot I^{(1)} = \sin(\varphi \cdot t) \cdot (n \times I^{(1)}) + \cos(\varphi \cdot t) \cdot I^{(1)} \quad (6)$$

With $t \in [0,1]$, the respective generatrix of the ruled surface is described. This can also be specified analogously to (6), [21] with

$$I(t) = \frac{\sin(\varphi \cdot (1-t))}{\sin \varphi} \cdot I^{(1)} + \frac{\sin(\varphi \cdot t)}{\sin \varphi} \cdot I^{(2)} \quad (7)$$

If the two generatrices $I^{(1)} = r^{(1)} + \epsilon \cdot m^{(1)}$ and $I^{(2)} = r^{(2)} + \epsilon \cdot m^{(2)}$ are parallel, the ruled surface is a plane. This is a trivial minimal surface. For skew generatrices, the helical surface is given by:

$$I(t) = \frac{\sin((1-t) \cdot \theta) + \epsilon \cdot (1-t) \cdot \delta \cdot \cos((1-t) \cdot \theta)}{\sin(\theta) + \epsilon \cdot \delta \cdot \cos(\theta)} \cdot (r^{(1)} + \epsilon \cdot m^{(1)}) + \frac{\sin(t \cdot \theta) + \epsilon \cdot t \cdot \delta \cdot \cos(t \cdot \theta)}{\sin(\theta) + \epsilon \cdot \delta \cdot \cos(\theta)} \cdot (r^{(2)} + \epsilon \cdot m^{(2)}) \quad (8)$$

$$l(t) = \frac{\sin(\varphi \cdot (1-t))}{\sin \varphi} \cdot l^{(1)} + \frac{\sin(\varphi \cdot t)}{\sin \varphi} \cdot l^{(2)} \quad (7)$$

angegeben werden [21]. Falls die beiden Erzeugenden $l^{(1)} = r^{(1)} + \epsilon \cdot m^{(1)}$ und $l^{(2)} = r^{(2)} + \epsilon \cdot m^{(2)}$ parallel sind, ist die Regelfläche eine Ebene. Das ist eine triviale Minimalfläche. Für windschiefe Erzeugende ergibt sich die Wendelfläche zu:

$$l(t) = \frac{\sin((1-t) \cdot \theta) + \epsilon \cdot (1-t) \cdot \delta \cdot \cos((1-t) \cdot \theta)}{\sin(\theta) + \epsilon \cdot \delta \cdot \cos(\theta)} \cdot (r^{(1)} + \epsilon \cdot m^{(1)}) + \frac{\sin(t \cdot \theta) + \epsilon \cdot t \cdot \delta \cdot \cos(t \cdot \theta)}{\sin(\theta) + \epsilon \cdot \delta \cdot \cos(\theta)} \cdot (r^{(2)} + \epsilon \cdot m^{(2)}) \quad (8)$$

Indem man stückweise Controllererzeugende verbindet, erhält man Wendelflächenstücke und damit eine Komposition von Minimalflächen. Jedoch sind die Verbindungen nur stetig und im Allgemeinen nicht differenzierbar. In vielen Anwendungen werden jedoch krümmungsstetige, das heißt (C^2) -stetige Übergänge gefordert, im Karosseriebau sogar global dreimal stetig differenzierbare Oberflächen. Insofern war wünschenswert, glättende Algorithmen auf die Dualsphäre zu übertragen, die die Minimaleigenschaft möglichst wenig verletzen. Bereits in der ersten Phase des SPP wurden dazu Vorschläge gemacht, ohne aber die Minimaleigenschaften explizit zu berücksichtigen [8].

By a piecewise connection of control lines, one obtains a set of helical surface patches and thus a composition of minimal surfaces. Unfortunately, the connections are only continuous and in general not differentiable. In many applications, however, curvature-continuous, i.e. (C^2) -continuous, connections are required, in car design even globally three times continuously differentiable surfaces. In this respect, it was desirable to transfer corresponding smoothing algorithms to the dual sphere, which on the other hand affect the minimal surface property as little as possible. Proposals for this were already made in the first phase of the SPP 1542, but without explicitly considering the minimal properties [8].

5.3 Smoothing spline using an energy minimizer

Starting from the piecewise geodesic interpolation, the goal was to smooth the connections. The smoothing is done with the help of a spline method, which is based on the energy minimizer from the Dirichlet principle [22]. But the transfer of the method into the dual number space is not possible without further ado, since within the dual numbers no ordering relation can be defined and therefore it is not possible to

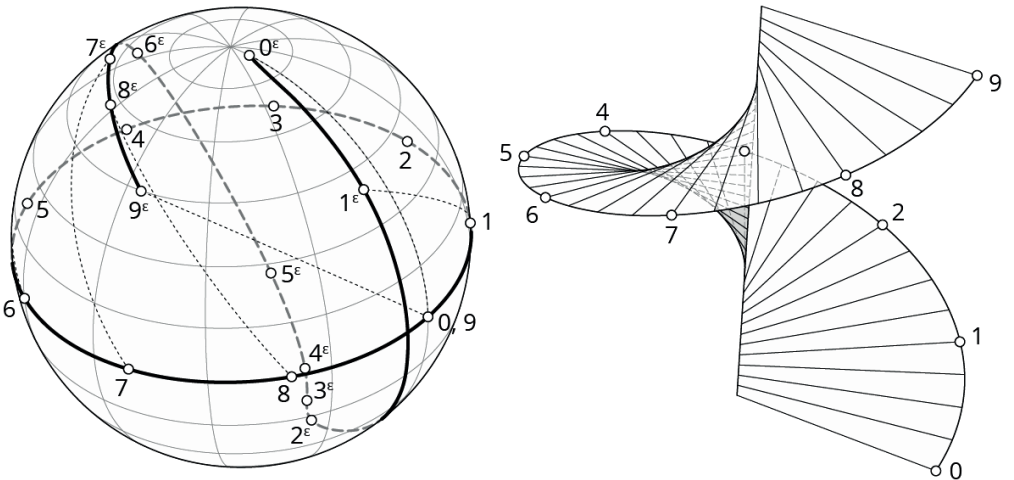


Bild 4: Links: Spezielle Darstellung einer Geodätischen auf der Dualsphäre (Sphäre skaliert, Realteil inzidiert hier mit Äquator; dualer Teil, mit Zeiger ϵ , auf die Sphäre projiziert); rechts: entsprechende Wendelfläche im \mathbb{R}^3 | **Fig. 4:** On the left side: special visualization of a geodesic on the study sphere (real part matches the equator; dual part, projected onto the sphere, marked with ϵ); on the right: corresponding helicoid in the \mathbb{R}^3

5.3 Glättender Spline mithilfe des Energieminimierers

Ausgehend von der stückweisen geodätischen Interpolation war das Ziel, die Übergänge zu glätten. Die Glättung erfolgt mithilfe eines Spline-Verfahrens, welches sich am Energieminimierer des Dirichlet-Prinzips [22] orientiert. Jedoch ist die Übertragung des Verfahrens in den dualen Zahlenraum zunächst nicht ohne Weiteres möglich, da man innerhalb der dualen Zahlen keine Ordnungsrelation definieren und demnach auch nicht hinsichtlich einer Zielfunktion optimieren kann. Um dennoch sinnvolle Ergebnisse zu erzielen, wurde anhand des Randwertproblems

$$S(\gamma) = \sum_{i=1}^m \|\gamma(t_i) - q_i\|^2 + \frac{\lambda_1}{2} \cdot \int_0^1 \|\dot{\gamma}(t)\|^2 dt + \frac{\lambda_2}{2} \cdot \int_0^1 \|\ddot{\gamma}(t)\|^2 dt \quad (9)$$

eine Lösung zu gegebenen Stützpunkten $q_i \in M_{Sg}$ und Zeitpunkten $0 = t_0 < \dots < t_{m+1} = 1$ konstruiert.

Da die Ordnungsprobleme in den dualen Zahlen durch den Dualteil verursacht werden, wurde insbesondere versucht, die Glättung allein unter Berücksichtigung des Realteils durchzuführen. Trotz des offensichtlichen Informationsverlustes lässt sich mit diesem Verfahren tatsächlich eine hinreichend gute Optimierung durchführen. Die Glättung der Regelflächen gelingt überzeugend (Bild 5). Außerdem gestatten die Algorithmen, den Dualteil anteilig zu berücksichtigen. Obwohl nicht anschaulich klar ist, welche geometrische Bedeutung dieses Verfahren hat, kann man es für die Variantenbildung bei der Formfindung einsetzen.

6 Entwicklung eines Softwaremoduls zur Formoptimierung (TU Berlin)

Mit dem Ziel, dünnwandige Betonbauteile mit Regelflächengeometrie unter Verwendung des liniengeometrischen Modells zu optimieren, wurde im Jahr 2016 an der TU Berlin das Softwaremodul *GHtoSOFi* (*Grasshopper to Sofistik*) entwickelt. Dieses Modul dient als Schnittstelle zwischen der liniengeometrischen Geometrie

optimize with respect to an objective function. Nevertheless, in order to nevertheless obtain meaningful results, a solution was developed on the basis of the boundary value problem

$$S(\gamma) = \sum_{i=1}^m \|\gamma(t_i) - q_i\|^2 + \frac{\lambda_1}{2} \cdot \int_0^1 \|\dot{\gamma}(t)\|^2 dt + \frac{\lambda_2}{2} \cdot \int_0^1 \|\ddot{\gamma}(t)\|^2 dt \quad (9)$$

at given interpolation points $q_i \in M_{Sg}$ and time points $0 = t_0 < \dots < t_{m+1} = 1$.

Since the ordering problems in the dual numbers are caused by the dual part, an attempt was made to perform the smoothing, considering only the real part. Despite the obvious loss of information, a sufficiently good optimization can indeed be performed with this method. The smoothing of the ruled surfaces succeeds convincingly (Fig. 5). Furthermore, the algorithms allow to consider the dual part to a certain extent additionally. Although it is not vividly clear what the geometric meaning of this procedure is, it can be used as an extra design parameter to create variants in form finding.

6 Development of a software module for shape optimization (TU Berlin)

The software module *GHtoSOFi* (*Grasshopper to SOFiStiK*) was developed at the TU Berlin in 2016 with the aim of optimizing thin-walled concrete elements with ruled surface geometry using the line-geometric model. This module serves as an interface between the geometry definition (design model), the FE model including the calculation results (analysis model) as well as the eval-

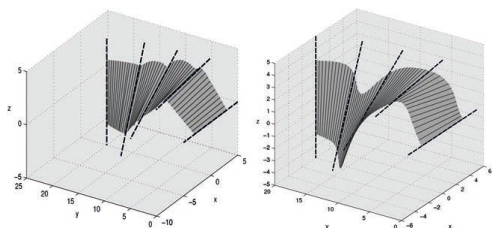


Bild 5: Nicht geglättete (links) sowie mithilfe des Energieminimierers geglättete Wendelflächenpatches (rechts) | **Fig. 5:** Non-smoothed (left) and smoothed helicoidal patches with the help of energy minimization (right)

riedefinition (Entwurfsmodell), dem FE-Modell samt den Berechnungsergebnissen (Analysemodell) sowie der Auswertung der Ergebnisse und Generierung einer neu zu untersuchenden Geometrie (Optimierungsmodell).

Das Softwaremodul wurde so entwickelt, dass der gesamte Optimierungsprozess mit dem Plug-In *Grasshopper 3D* (GH) als Arbeitsumgebung gesteuert wird. Zu Beginn werden innerhalb des Entwurfsmodells die Bauteil- bzw. Tragwerksgeometrie definiert und durch die Festlegung von veränderlichen Größen parametrisiert (wie z. B. Spannweite, Breite usw.). Anschließend wird für die Erzeugung des Analysemodells das Entwurfsmodell in einem ASCII-Input-File an das FE-Programm *SOFiSTiK* übergeben. Im nächsten Schritt definiert der Anwender im Optimierungsmodell die zu optimierenden Parameter, auch Optimierungsvariablen genannt, die erforderlichen Nebenbedingungen $h_i(\mathbf{x})$ und $g_j(\mathbf{x})$ sowie die Zielfunktion(-en) $f(\mathbf{x})$. Beispiele für diese Zielfunktionen sind in Abschnitt 4 aufgeführt. Anschließend werden die Optimierungsvariablen in einem iterativen Prozess variiert, bis innerhalb der festgelegten Nebenbedingungen und bei vorgegebener/n Zielfunktion/en die optimale Bauteilgeometrie ermittelt wird.

GHtoSOFi wurde in *Visual Studio 2015* mit der „*Grasshopper Assembly for v5*“ von McNeel in der Sprache C# entwickelt. Dieses Softwaremodul wurde bei verschiedenen Flächentragwerken mit Regelflächengeometrie angewandt und geprüft [1]. An dem Entwurf einer Schalenbrücke wird nachfolgend das Potential der entwickelten Methode samt Schnittstelle gezeigt.

7 Schalenbrücke mit Regelflächengeometrie (TU Berlin und TU Dresden)

Im Folgenden wird gezeigt, wie die entwickelten Methoden zum Entwurf einer exemplarischen Fußgängerbrücke genutzt wurden. Die als Betonschale geplante, 2 m breite Brücke mit einer konstanten Bauteildicke von 7 cm besitzt abschnittsweise eine Regelflächengeometrie und

uation of the results and generation of a new geometry to be analysed (optimization model).

The software module was developed in such a way that the entire optimization process is controlled by the *Grasshopper 3D* (GH) plug-in. Therefore, it can be considered as a working environment. At the beginning, within the design model the geometry is defined and parameterized by specifying variable sizes (such as span, width, etc.). Then the design model is transferred in an ASCII input file to the FE program *SOFiSTiK* for the generation of the analysis model. In the next step, the user defines in the optimization model the parameters to be optimized (also known as optimization variables), the required constraints $h_i(\mathbf{x})$ and $g_j(\mathbf{x})$ as well as the objective function(s) $f(\mathbf{x})$. Examples of these objective functions are listed in section 4. Subsequently, the optimization variables are varied in an iterative process until the optimum geometry is determined within the specified constraints and with the specified objective function(s).

GHtoSOFi was developed in *Visual Studio 2015* with the "*Grasshopper Assembly for v5*" from McNeel in the C# language. This software module has been used for the optimization of various concrete shells with ruled surface geometry [1]. In the following, the potential of the developed method and the interface is shown with the conceptual design of a shell bridge.

7 Shell bridge with ruled surface geometry (TU Berlin and TU Dresden)

The developed methods were used to design an exemplary pedestrian bridge. The bridge was designed as a concrete shell ruled surface geometry and possesses a span and constant thickness of 20 m and 7 cm respectively. At a later stage of the project a scaled prototype of this bridge was realized as a demonstrator. The first design (Fig. 6) was based on the methodology of the hanging models. In contrast, the spanned mesh used in the model does not only get its shape from the self-weight but also from the tension of the mesh against a wooden arch.

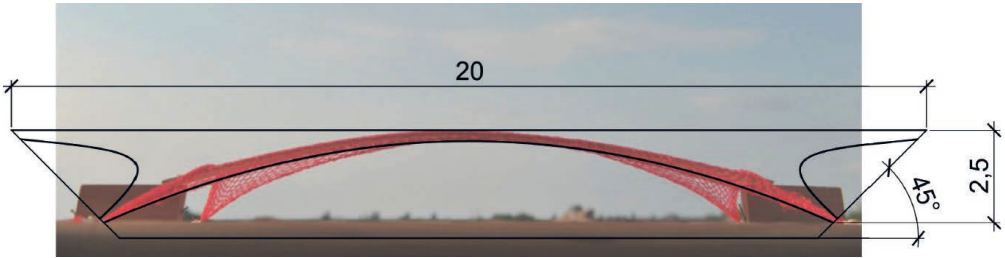


Bild 6: Mit Orangennetz überspannter Holzbogen als Formfindungsmodell der Schalenbrücke (Seitenansicht) (geplante Dimensionen in m) | **Fig. 6:** Shell bridge form finding model by using a spanned mesh against a wooden arch (side view) (dimensions in m)

überspannt 20 m. Zu einem späteren Zeitpunkt des Projektes wurde ein skalierter Prototyp dieser Brücke als Demonstrator realisiert. Der erste Entwurf (Bild 6) orientierte sich an der Methodik der Hängemodelle. Im Gegensatz dazu erhält das im Modell verwendete Orangennetz jedoch seine Form nicht allein durch die Gewichtskraft, sondern durch die Vorspannung des Netzes gegen einen Bogen aus Holz.

The description of the shape and its parameterization was based on this physical model, using the methods of line geometry. The continuous ruled surface, which describes doubly curved parts of the bridge geometry, was generated by interpolation over five control lines (Fig. 7, top). Fig. 7 below shows the various points whose position was parameterised and varied in the optimisation process.

Die Beschreibung der Form und ihre Parametrisierung erfolgten auf Grundlage dieses physikalischen Modells, wobei die Methoden der Liniengeometrie verwendet wurden. Dabei wurde die durchgängige Regelfläche, die wesentliche Teile der Brücke beschreibt, durch Interpolation über fünf Kontrollgeraden erzeugt (Bild 7, oben). Unten in Bild 7 sind die verschiedenen Punkte dargestellt, deren Lage parametrisiert und im Optimierungsprozess variiert werden konnte.

Following is an example of optimization of a ruled surface, where the position of the support points as well as the shape of the bridge remain unchanged in the side view. During the optimization the curvature of the control surface was only varied by the angle γ (see Fig. 8, left) of the control line in the centre of the bridge. The first three buckling load factors λ_i for a load of 5 kN/m² on the bridge deck were defined as ob-

Nachfolgend wird ein Beispiel für eine Optimierung einer Regelfläche exemplarisch aufgezeigt, bei welchem die Lage der Auflagerpunkte sowie die Form der Brücke in der Seitenansicht unverändert bleiben. Während der Optimierung wurde die Krümmung der Regelfläche nur durch den Winkel γ (s. Bild 8, links) der Kontrolllinie in der Brückenmitte variiert. Die ersten drei Beullastfaktoren λ_i für eine Last von 5 kN/m² auf dem Brückendeck wurden als Zielfunktionen festgelegt. Aufgrund geometrischer Randbedingungen wurde der Winkel γ auf den Bereich von 0 bis $0,425 \cdot \pi$ beschränkt. Das Optimierungsproblem lautet dann:

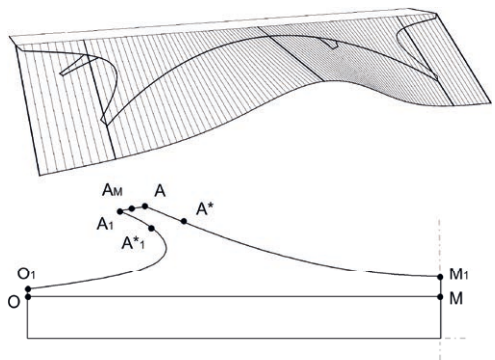


Bild 7: Parametrisierung der Brücke; oben: Erstellung der Regelfläche durch Verwendung der Liniengeometrie, unten: Lage der parametrisierten Punkte in der Draufsicht der Brücke | **Fig. 7:** Parameterization of the bridge geometry; top: creation of the ruled surface through line geometry, below: position of parameterised points viewed from above

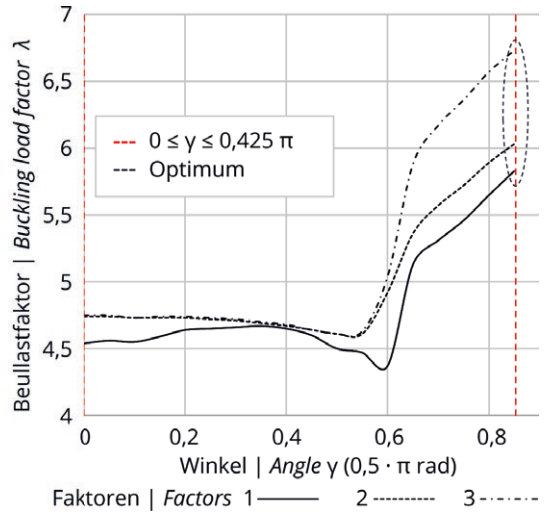
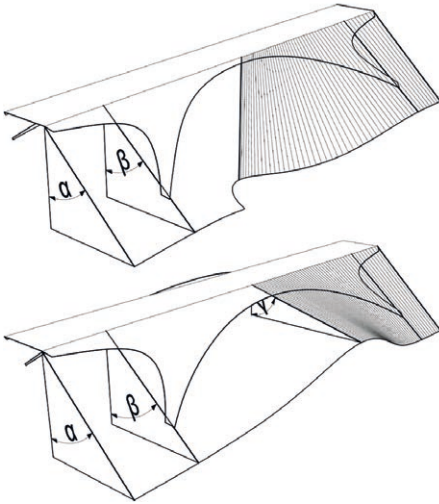


Bild 8: Brückengeometrie für $\gamma = 0$ (links oben) und $\gamma = 0,425 \cdot \pi$ (links unten) sowie Optimierung der Beullastfaktoren (rechts) | **Fig. 8:** Bridge geometry for $\gamma = 0$ (top left) and $\gamma = 0.425 \cdot \pi$ (bottom left) and optimisation regarding the buckling load factor (on the right)

minimiere $f_i = -\lambda_i(\gamma); i = 1, 2, 3$ (10)
 unter der Nebenbedingung

$$0 \leq \gamma \leq 0,425 \pi; \gamma \in \mathbb{R} \quad (11)$$

Rechts in Bild 8 sind die Werte der ersten drei Beullastfaktoren in Abhängigkeit vom Winkel γ dargestellt. Die optimalen Werte für alle drei Beullastfaktoren ergeben sich eindeutig für den maximalen Winkel γ . Diese Form bildet die Entwurfsbasis des Demonstrators.

Die Untersuchungen an der Schalenbrücke verdeutlichen, wie stark das Tragverhalten von Flächentragwerken mit der Form verbunden ist. Leichte Änderungen der Form zeigen bereits einen großen Einfluss auf die Weg- und Kraftgrößen (Verformungen bzw. Schnittgrößen) sowie auf das Stabilitätsverhalten (Beullastfaktor).

8 Konzeption und Herstellung von Schalungen mit Regelflächengeometrie (TU Berlin und TU Dresden)

Wie bereits in der Einführung beschrieben, liegt eine maßgebende Schwierigkeit bei doppelt gekrümmten Tragwerken in der aufwändigen,

jektive functions. Due to geometric constraints, the angle γ was limited to the range from 0 to $0.425 \cdot \pi$. The optimization problem is then:

minimize $f_i = -\lambda_i(\gamma); i = 1, 2, 3$ (10)

subject to $0 \leq \gamma \leq 0,425 \pi; \gamma \in \mathbb{R}$ (11)

On the right side of Fig. 8 the values of the first three buckling load factors are shown as a function of the angle γ . The optimum values for all three buckling load factors are clearly given for the maximum angle γ . This geometry is the basis for the design of the demonstrator.

The investigations on the shell bridge illustrate how strongly the structural behaviour of shell structures can be related to the shape. Slight changes in the shape already show a significant difference in the buckling load factors.

8 Design and fabrication of formwork with ruled surface geometry (TU Berlin and TU Dresden)

As already described in the introduction, a significant difficulty with double-curved structures

folglich kostenintensiven Herstellung der Schalung. Der Ansatz der Regelflächengeometrie ermöglicht es, geradlinige Schalungselemente zu verwenden und somit den Herstellungsaufwand zu verringern. Die im Antrag aufgeführte Herstellung aus Polystyrolschaum durch Heißdrahtschneiden und die damit verbundenen Fragen hinsichtlich der Schalungskonzeption wurden im Zuge des Forschungsprojektes untersucht. Im Folgenden werden die gewonnenen Erkenntnisse sowie einige offen gebliebene Fragen dargestellt.

Zunächst wird auf die verwendete Schneidemaschine und das verwendete Schalungsmaterial eingegangen. Zum Einsatz kam eine CNC-Portal-schneidemaschine, welche mit einem erhitzten Draht Hartschäume kraftlos schneidet. Dabei können die Drahtenden voneinander unabhängig in zwei parallelen Ebenen orthogonal zur Arbeitsfläche bewegt werden. Eine Drahtvorspannungsvorrichtung ermöglicht das Verändern der Drahtlänge während des Schnittvorganges und dadurch differierende Schnittwinkel. Als Schalungsmaterial kam extrudierter Polystyrol-Hartschaum (XPS) zum Einsatz. Erste Erfahrungen bei der Verwendung von XPS lagen aus einem zuvor an der TU Berlin durchgeführten Forschungsvorhaben zu Infraleichtbeton im Geschosswohnungsbau (INBIG) [18] vor. In diesem Projekt wurden einfache Betonbauteile unter Verwendung von Schalungen aus Polystyrol hergestellt.

Bei der Konzeption der Schalung war das Ziel eine hohe Oberflächengüte der Schalungshaut bei möglichst geringem Arbeitsaufwand und Materialverbrauch. Im weiteren Verlauf stellten sich jedoch die Abmessungen der handelsüblichen XPS-Blöcke, die Anzahl der Elemente und die Anzahl der je Element benötigten Schnitte als entscheidende Faktoren für die Konzeption heraus. Aufgrund der praktischen Begrenzungen des Arbeitsbereiches sowie der Größe der XPS-Blöcke ergaben sich im Vergleich zum anfänglichen Schalungsentwurf zusätzliche Schalungsstöße, welche leider deutlich sichtbare Schalungsfugen auf der Betonoberfläche verursachten. Heißdrahtschneiden ermöglicht es im Gegensatz zu einer CNC-Fräse, größere Menge

is the complex and consequently cost-intensive production of the formwork. The ruled surface geometry approach makes it possible to use rectilinear formwork elements and thus reduce the manufacturing effort. The production from polystyrene foam by hot wire cutting as listed in the application and the associated questions regarding the formwork design have been investigated in the course of this research project. The obtained findings and questions that remained unanswered are presented below.

First, the cutting machine and the formwork material will be described. A CNC portal cutting machine was used, which cuts rigid foams without force using a heated wire. The wire ends can be moved independently of each other in two parallel planes, which are orthogonal to the worktop. A wire pretensioning device allows the wire length to be changed during the cutting process and thus allows for different cutting angles. Extruded polystyrene rigid foam (XPS) was used as formwork material. Initial experience with the use of XPS was gained from the research activities, previously carried out at the Technical University of Berlin on infra-light-weight concrete in multi-storey residential construction (INBIG) [18]. In this project, simple concrete components were produced using polystyrene formwork.

When designing the formwork, the aim was to achieve a high surface quality of the formwork with the lowest possible labour input and material consumption. In the further course, however, the dimensions of the commercially available XPS blocks, the number of elements and the number of cuts required per element turned out to be decisive factors for the design. Due to the practical limitations of the working area as well as the size of the XPS blocks, additional formwork joints compared to the initial formwork design had to be inserted, which unfortunately resulted in clearly visible formwork joints on the concrete surface. Hot wire cutting, in contrast to a CNC milling machine, allows larger amounts of material to be cut into the desired shape in less time. However, the disadvantage lies in the preparation of the cuts. In the setup used, the

an Material in kürzerer Zeit in die gewünschte Form zu bringen. Der Nachteil liegt allerdings in der Vorbereitung der Schnitte. Im genutzten Setup benötigte die korrekte Positionierung und Ausrichtung des Schnittgutes auf dem Arbeitstisch meist mehr Zeit als der tatsächliche Schnitt. Des Weiteren übertrugen sich prozessbedingt beim gleichen Element Fehler aus dem vorigen Schnitt in den folgenden. Damit bestimmt die Anzahl an Schnitten an einem Element maßgeblich die Genauigkeit sowie den Herstellungsaufwand. Die Abmessungen der XPS-Blöcke stellten sich als entscheidender Faktor für den Materialverbrauch heraus, da die Blöcke zunächst in die für die Bearbeitung benötigten Abmessungen gebracht werden mussten. Dadurch entstand bereits vor der eigentlichen Herstellung der Form ein hoher Verschnitt, welcher nur bedingt weiterverwendet werden konnte.

Während des Zusammensetzens der Schalung wurde beobachtet, dass aufgrund unzureichender Genauigkeit der Schnitte und daraus resultierender Höhensprünge und Lücken im Bereich der Schalungsstöße keine zufriedenstellende Betonoberfläche erreichbar war. Die Ursachen dafür können in der bereits erwähnten unpräzisen Positionierung und Ausrichtung des Materials auf dem Arbeitstisch sowie in der Übersetzung des CAD-Modells in Maschinensprache und der Kalibrierung der Schneidemaschine liegen. Zusätzlich wurde festgestellt, dass sich schmale Elemente durch den Schnitt verzogen haben und daher nicht mehr passgenau waren. Die Gründe dafür werden entweder in der Hitzeeinwirkung während des Schnittvorganges oder in möglichen, während der Herstellung in das Material eingebrachten Eigenspannungen vermutet.

Zusätzlich wurde eine nachträgliche Oberflächenbehandlung der Schalungshaut mit Zweikomponenten-Epoxidharz erprobt. Da sowohl der Arbeitsaufwand (v. a. wegen des Arbeitsschutzes) als auch der Zeitaufwand (lange Trockenzeit) zu groß für das nicht zufriedenstellende Ergebnis waren (Luftblasen in der Betonoberfläche), wurde für den letztendlichen Demonstrator eine Schalungsbahn aus Polypropylenfasern (FORMTEX®-SK) verwendet. Das Faservlies leitet

correct positioning and alignment of the material on the work table usually took more time than the actual cut. In addition, errors from the previous cut were propagated to the next cut on the same element due to the process. Thus, the number of cuts on an element significantly determines the accuracy as well as the manufacturing effort. The dimensions of the XPS blocks turned out to be a decisive factor for the material consumption, since the blocks first had to be brought to the dimensions required for processing. This resulted in a large amount of waste material before the actual production of the mould, waste which could only be reused to a limited extent.

During the assembly of the formwork, it was observed that a satisfactory concrete surface could not be achieved due to insufficient accuracy of the cuts and resulting height jumps and gaps in the area of the formwork joints. The reasons for this may be the aforementioned imprecise positioning and alignment of the material on the worktable, as well as the translation of the CAD model into machine language and the calibration of the cutting machine. In addition, narrow elements were found to be deformed by the cut and therefore no longer fit accurately. The reasons for this are suspected to be either the effect of heat impact during the cutting process or possible residual stresses introduced into the material during production.

In addition, a subsequent surface treatment of the formwork with two-component epoxy resin was tested. Since both, the amount of work (mainly due to occupational safety) and the time required (long drying time) were too great for the unsatisfactory result (air bubbles in the concrete surface), a formwork sheet made of polypropylene fibres (FORMTEX®-SK) was used for the final demonstrator. The fibre fleece drains excess water and air from the fresh concrete surface, thus ensuring a dense and uniform concrete surface [23].

Considering the above-mentioned advantages and disadvantages, the formwork production from extruded polystyrene foam proved to be

überschüssiges Wasser und Luft aus der Frischbetonoberfläche ab und sorgt somit für eine dichte und gleichmäßige Betonoberfläche [23].

Unter Betrachtung der genannten Vor- und Nachteile erwies sich die Schalungsherstellung aus Polystyrol-Extruderschaum als zweckmäßig, aber nicht zufriedenstellend. Hauptkriterien hierfür sind die Ungenauigkeiten im Schnittvorgang und die aufwändige Vorbereitung der Schnitte zum derzeitigen Zeitpunkt. Es ist durchaus möglich, dass der Einsatz eines Industriearms einen Teil der Probleme, etwa durch das mühsame Positionieren des Materials, reduziert hätte.

9 Demonstrator (TU Berlin und TU Dresden)

Aus den in Dresden gefertigten Schalungsteilen wurde eine formoptimierte Schalenbrücke aus Textilbeton im Labor der TU Berlin gebaut. Der Demonstrator verwendet an den Flanken windschiefe Regelfläche. Die Textilbetonschale überspannt 3 m bei Wanddicken von 5 bis 7 mm. Mit Hilfe dieses Demonstrators konnte das baupraktische Potential von Regelflächen für Schalentragwerke aus Beton verdeutlicht werden.

Für die Brücke wurde eine Feinbetonmischung aus Portlandzement und Quarzsanden (PAGEL®/TUDALIT®-Feinbeton TF10 [24]) mit Zu-

suitable, but not satisfactory. The main criteria for this are the inaccuracies in the cutting process and the time-consuming preparation of the cuts. It is quite possible that the use of an industrial robot can reduce some of the problems, such as the laborious positioning of the material.

9 Demonstrator (TU Berlin and TU Dresden)

A form-optimized shell bridge made of textile reinforced concrete was built in the laboratory of the TU Berlin from the formwork components manufactured in Dresden. The demonstrator uses skew ruled surfaces on the flanks. The concrete shell spans a length of 3 m with wall thicknesses of 5 to 7 mm. With this demonstrator, the practical construction potential of ruled surfaces for concrete shell structures could be illustrated.

A fine concrete mix of Portland cement and quartz sands (PAGEL®/TUDALIT®-Feinbeton TF10 [24]) with the addition of 14% water by weight was used for the bridge. The ready-mix contains a grain size of 0–1 mm, which is suitable for the used carbon fibre fabric (V.FRAAS SITgrid017 [25]). The fabric was easily adapted to the desired shape of the formwork, which was produced by hot wire cutting from extruded

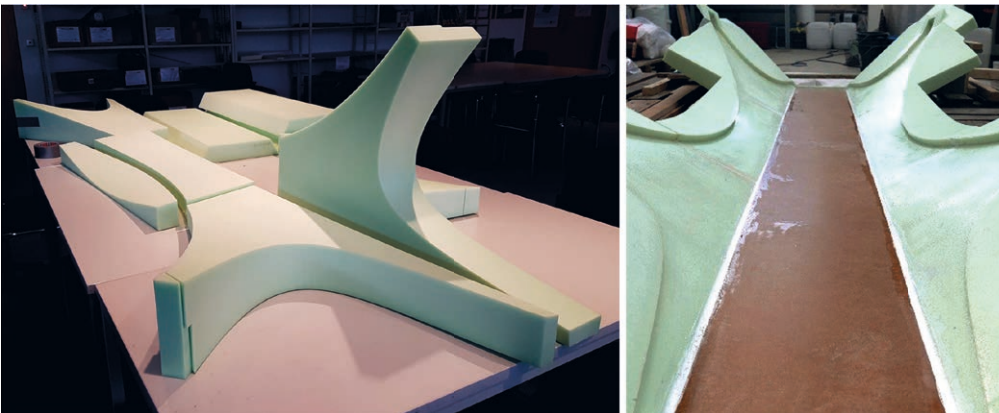


Bild 9: Schalungselemente und Schalung für den Demonstrator | Fig. 9: Formwork for the shell bridge

gabe von 14 % Gewichtsanteilen Wasser verwendet. In der Fertigmischung ist eine Körnung von 0–1 mm enthalten, die für das verwendete Textilgelege aus Carbon (V.FRAAS SITgrid017 [25]) geeignet ist. Das textile Gelege ließ sich problemlos der gewünschten Form der Schalung anpassen. Die formgebende Schalung (Bild 9) wurde durch Heißdrahtschneiden aus Polystyrol-Extruderschäum (XPS) hergestellt (vgl. Abschnitt 8). Von einer Verarbeitung des Betons im Nassspritzverfahren wurde abgesehen, da Schäden auf der Schalungsoberfläche wegen der hohen Aufpralllast des Betons erwartet wurden. Deshalb wurde der Beton händisch im Laminierverfahren aufgebracht. Es wurden zwei Schichten Feinbeton verwendet, welche das zentrisch eingelegte textile Gelege umschlossen.

Der Demonstrator (Bild 10) ist zweifach symmetrisch und entlang der Flanken doppelt gekrümmt. An seinen vier Fußpunkten wird er auf Stahlkugeln gelenkig gelagert. Zusätzlich wird die Wanddicke des Querschnittes im Bereich der Auflagerpunkte vergrößert, um Spannungsspitzen zu vermindern. Um den Bogenschub der Brücke kurzzuschließen, wurde ein kleiner Rahmen aus Stahl gebaut.

10 Form- und Materialoptimierung von vorgespannten Schalen mit Regelflächengeometrie (TU Berlin)

Im Rahmen dieses Projektes wurde des Weiteren die Möglichkeit der Formoptimierung von Betonschalen mit Regelflächengeometrie für den Einsatz von Spanngliedern entlang der Erzeugenden untersucht [26]. Zuerst musste dafür die Zielfunktion, welche die gewünschte Optimierung bestmöglich erreicht, mathematisch definiert werden. Den größtmöglichen Effekt erreicht ein Spannglied, wenn die Zugspannungstrajektorien, welche überdrückt werden sollen, parallel zur Spanngliedachse verlaufen [27]. Mathematisch kann dies erreicht werden, wenn die Trajektorien der Hauptspannungen als stetige Funktionen entlang der betrachteten Regelfläche beschrieben werden können. An jedem Punkt entlang dieser Funktion können die

polystyrene foam (XPS) (cf. section 8 and Fig. 9). The concrete was not processed by wet spraying because damage to the formwork surface was expected due to the high impact load of the concrete. Therefore, the concrete was applied by hand using the lamination method. Two layers of fine concrete were used, which enclose the centrally positioned textile grid.

The demonstrator (Fig. 10) has two symmetry planes and is doubly curved along the flanks. At its four base points, it is supported on steel balls, which work as hinges. In addition, the wall thickness of the cross-section is increased in the area of the supports to reduce stress concentrations. To absorb the lateral thrust of the bridge, a small steel frame was built.

10 Shape and material optimization of prestressed shells with ruled surface geometry (TU Berlin)

This project also investigated the possibility of optimizing the shape of concrete shells with ruled surface geometry for the use of tendons along the generators [26]. First, the objective function, that best achieves the desired optimization had to be defined mathematically. A tendon achieves the greatest possible effect if the tensile stress trajectories, which are to be compressed, run parallel to the tendon axis



Bild 10: Fertiger Demonstrator, der auch bei der Konferenz Footbridge 2017 in Berlin präsentiert wurde | **Fig. 10:** Finished demonstrator, which was also presented at the Footbridge 2017 Conference in Berlin

Tangenten genommen und der Winkel dieser Tangenten zur nächsten Spanngliedachse bestimmt werden. Falls die Zielfunktion I definiert ist als Aufsummierung dieser berechneten Winkel, würde das Minimieren von I die optimale Form für die Vorspannung entlang der Erzeugenden wiedergeben. Dieses Prinzip zeigt Bild 11. Hier wird eine beliebige Regelfläche dargestellt, welche durch eine Leitkurve $\mathbf{c}(u)$ und eine Funktion $\mathbf{d}(u)$ für die Erzeugende erstellt wurde. Die Regelfläche kann durch eine lineare Kombination dieser beiden Funktionen beschrieben werden:

$$\mathbf{x}(u,v) = \mathbf{c}(u) + v\mathbf{d}(u) \tag{12}$$

Die Zugspannungstrajektorien werden im Bild 11 als blaue Kurven gekennzeichnet. Zur Berechnung der Richtungsabweichungen zwischen den Zugspannungstrajektorien und der dazugehörigen Erzeugenden muss der Hauptzugspannungsvektor $\Gamma(\mathbf{x}(u, v))$ bezüglich der Achse, welche durch $\mathbf{d}(u)$ definiert wird, bestimmt werden. Der resultierende Winkel $\Theta(u,v)$ kann darauffolgend durch den Arkuscosinus des Skalarproduktes der zwei Vektoren dividiert durch deren jeweilige Länge bestimmt werden (vgl. Bild 11).

Als Zielfunktion wird das Integral über die gesamte Regelfläche des Winkels θ definiert. Dadurch erlaubt die Minimierung dieser Zielfunktion das Erreichen der optimalen Form. Das Optimierungsproblem wird wie folgt definiert:

$$\text{minimiere } I = \iint_R \Theta(u,v) dR \tag{13}$$

wobei

$$\Theta(u,v) = \cos^{-1} \left(\frac{\Gamma(\mathbf{x}(u,v)) \cdot \mathbf{d}(u)}{\|\Gamma(\mathbf{x}(u,v))\| \|\mathbf{d}(u)\|} \right) \tag{14}$$

unter den Nebenbedingungen

$$u_0 \leq u \leq u_1 \tag{15}$$

$$v_0 \leq v \leq v_1; (u,v) \in \mathbb{R}^2 \tag{16}$$

[27]. Mathematically, this can be achieved if the trajectories of the principal stresses can be described as continuous functions along the ruled surface under consideration. At any point along this function, the tangents can be taken and the angle of these tangents to the nearest tendon axis can be determined. If the objective function I is defined as the summation of these calculated angles, minimizing I would return the optimal shape for the prestress along the generatrices. This principle is shown in Fig. 11, where an arbitrary ruled surface is shown, which was created by a directrix $\mathbf{c}(u)$ and a function $\mathbf{d}(u)$ for the generatrix. The ruled surface can be described by a linear combination of these two functions:

$$\mathbf{x}(u,v) = \mathbf{c}(u) + v\mathbf{d}(u) \tag{12}$$

The tensile stress trajectories are shown in Fig. 11 as blue curves. To calculate the directional deviations between the tensile stress trajectories and the associated generatrix, the tangent of the stress function $\Gamma(\mathbf{x}(u, v))$ must be determined as the derivative with respect to the axis defined by $\mathbf{d}(u)$. The resulting angle $\Theta(u,v)$ can then be determined by the arc cosine of the scalar product of the two vectors divided by their respective lengths (see Fig. 11).

The integral over the entire control surface of the angle Θ is defined as the objective function. Thus, the minimization of this objective function allows the optimal shape to be obtained. The optimization problem is defined as follows:

$$\text{minimize } I = \iint_R \Theta(u,v) dR \tag{13}$$

with

$$\Theta(u,v) = \cos^{-1} \left(\frac{\Gamma(\mathbf{x}(u,v)) \cdot \mathbf{d}(u)}{\|\Gamma(\mathbf{x}(u,v))\| \|\mathbf{d}(u)\|} \right) \tag{14}$$

$$\text{subject to } u_0 \leq u \leq u_1 \tag{15}$$

$$v_0 \leq v \leq v_1; (u,v) \in \mathbb{R}^2 \tag{16}$$

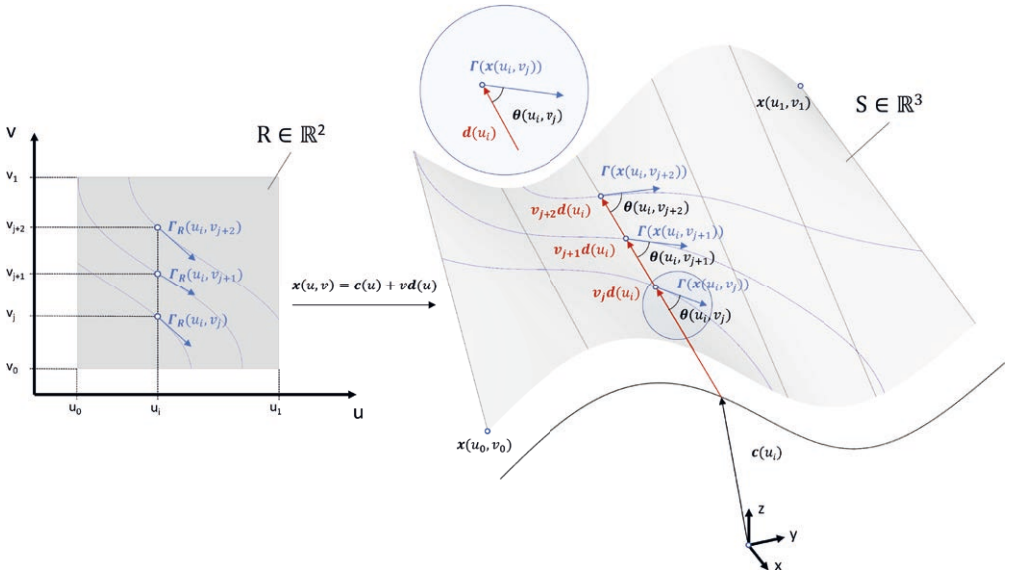


Bild 11: Herleitung des Winkels zwischen den Hauptspannungstrajektorien und den Erzeugenden der Regelfläche | **Fig. 11:** Derivation of angle between principal tensile stress trajectory and generatrix of an arbitrary ruled surface

Das Problem dieses Konzeptes liegt in der Schwierigkeit, die resultierenden Hauptspannungsvektoren bei einer gegebenen Last in der Schale analytisch zu beschreiben. Der im Folgenden vorgeschlagene Lösungsansatz für dieses Problem ist die Anwendung diskretisierter Analyse anstatt der Integration einer stetigen Funktion. Die diskretisierte Zielfunktion, welche den Winkel zwischen den Hauptzugspannungsvektoren und der Erzeugenden minimiert, kann dann wie folgt beschrieben werden:

The problem with this concept resides in the difficulty of analytically describing the principal tensile stress trajectories for a given load in the shell. The approach proposed below to solve this problem is to use a discretized analysis instead of integrating a continuous function. The discretized objective function, which minimizes the angle between the principal tensile stresses and the generatrix, can then be described as follows:

$$I = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \cos^{-1} \left(\frac{\Gamma(\mathbf{x}(u_i, v_j)) \cdot \mathbf{d}(u_i)}{\|\Gamma(\mathbf{x}(u_i, v_j))\| \|\mathbf{d}(u_i)\|} \right) \Delta u \Delta v$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Theta_{i,j} \Delta u \Delta v \tag{17}$$

$$I = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \cos^{-1} \left(\frac{\Gamma(\mathbf{x}(u_i, v_j)) \cdot \mathbf{d}(u_i)}{\|\Gamma(\mathbf{x}(u_i, v_j))\| \|\mathbf{d}(u_i)\|} \right) \Delta u \Delta v$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Theta_{i,j} \Delta u \Delta v \tag{17}$$

- Mit:
- $\Theta_{i,j}$ Winkel zwischen Hauptzugspannungsvektor $\Gamma(\mathbf{x}(u_i, v_j))$ und dazugehörige Richtungsvektoren der Erzeugenden $\mathbf{d}(u_i)$
 - Δu Diskrete Variation von u
 - Δv Diskrete Variation von v

- With:
- $\Theta_{i,j}$ Angle between principal tensile stress vector $\Gamma(\mathbf{x}(u_i, v_j))$ and corresponding direction vectors of the generatrix $\mathbf{d}(u_i)$
 - Δu Discrete variation of u
 - Δv Discrete variation of v

Um dieses Konzept zu verdeutlichen, wurde eine Reihe von Beispielen mit unterschiedlicher geometrischer Parametrisierung und Strukturmechanik untersucht. Eines dieser Beispiele basiert auf dem von Eduardo Torroja 1941 entworfenen Zarzuela Hippodrome [28]. Das globale System fungiert als Kragarm, allerdings ermöglicht es die Form der Schale, die Biegemomente in Membrankräfte umzuwandeln. Die Regelfläche des Beispiels fungiert als Kragarm mit ähnlichen Randbedingungen wie in [28]. Die in der Optimierung verwendete Geometrieparametrisierung ist in Bild 12 links dargestellt. Die Regelfläche ist definiert durch zwei Leitkurven c_1 und c_2 . Beide Kurven sind als Cosinus-Funktionen definiert. Diese sind in ihrer Länge, Höhe und Periode veränderlich. Damit wird eine Vielzahl an Formen ermöglicht. Die Auflager werden anschließend automatisch an den Punkten der maximalen und minimalen Höhenlage entlang c_1 generiert. Anschließend wurde eine Mehrzieloptimierung durchgeführt, in der Verformungsenergie, Beullastfaktoren und Abweichungswinkel als Zielfunktionen definiert wurden. Bild 12 rechts zeigt ein exemplarisches Ergebnis aus der Pareto-Front. Abschließend wurde eine Optimierungsroutine implementiert, welche die optimale Verteilung der Spannglieder für jede Lösung bestimmt.

To illustrate this concept, a number of examples with different geometric parameterization and structural mechanics were studied. One of these examples is based on the Zarzuela Hippodrome designed by Eduardo Torroja in 1941 [28]. The global system acts as a cantilever, however the shape of the shell allows the bending moment to be converted into membrane stresses. The ruled surface of the example (Fig. 12) has similar boundary conditions and acts also as a cantilever. The geometry parameterization used in the optimization is shown in Fig. 12 on the left. The ruled surface is defined by two directrix curves c_1 and c_2 . Both curves are defined as cosine functions. These are variable in their length, height and period. This allows for a wide variety of shapes. The supports are then automatically generated at the maximum and minimum height points along c_1 . Subsequently, a multi-objective optimization was performed in which deformation energy, buckling load factors and deviation angle were defined as objective functions. Fig. 12 on the right shows an exemplary result from the Pareto front. Finally, an optimization routine was implemented to determine the optimal distribution of tendons for each solution.

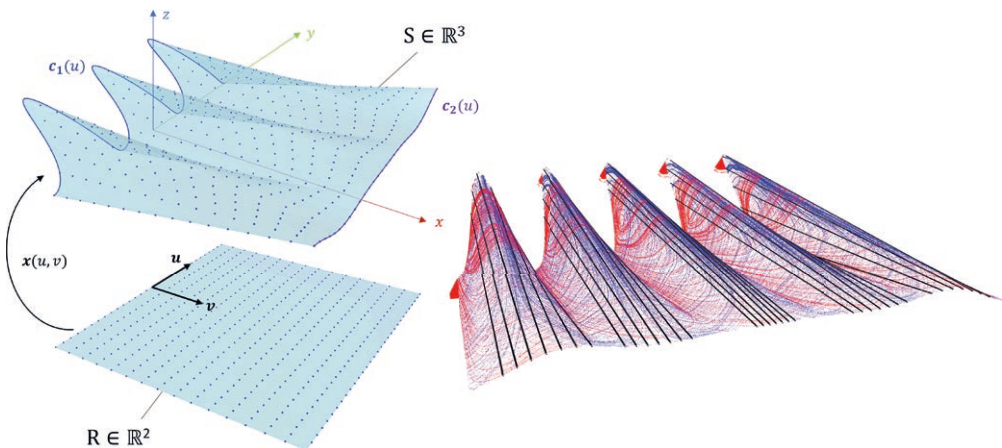


Bild 12: Geometrieerzeugung des Modells (links) und optimale Lösung mit Anordnung der geradlinigen Spannglieder (rechts) | **Fig. 12:** Generation of the model geometry (on the left) and optimal solution disposition of the linear tendons (on the right)

11 Fazit und Ausblick

Windschiefe Regelflächen weisen trotz ihrer Erzeugung aus Geraden eine doppelte Krümmung auf und ermöglichen eine vergleichsweise einfache Schalungsherstellung. Dadurch lassen sich die statischen Vorteile einer Schalentragwirkung mit einem relativ geringen Herstellungsaufwand verbinden.

Im Mittelpunkt des Entwurfs von dünnen Bauteilen aus Beton und insbesondere von Schalentragwerken steht die Formfindung. Klassische Formfindungsmethoden sind üblicherweise auf Tragwerke mit reiner Membranwirkung beschränkt. Da Bauteile mit Regelflächengeometrie i. d. R. keinen reinen Membranzustand aufweisen, ist für ihren Entwurf eine Ergänzung mittels der Methoden der Strukturoptimierung, insbesondere der Formoptimierung, vielversprechend.

Im Rahmen dieses Projektes wurde die Verwendung eines liniengeometrischen Modells zur Formoptimierung von Betonbauteilen mit Regelflächengeometrie untersucht. Bei der Verwendung eines liniengeometrischen Modells kann der Vorteil genutzt werden, dass der Entwurfsraum auf Regelflächen eingeschränkt wird. Allerdings ist die Identifikation einzelner Punkte der Erzeugenden mit dem liniengeometrischen Modell nicht unmittelbar möglich. Deshalb muss die erzeugte Form in den euklidischen Raum übersetzt werden, um eine Tragwerksanalyse durchzuführen zu können. Somit wird klar, dass das liniengeometrische Modell nicht für den gesamten Optimierungsprozess verwendet werden kann.

Mit dem Ziel, dünnwandige Betonbauteile mit Regelflächengeometrie dennoch mittels der Verwendung des liniengeometrischen Modells zu optimieren, wurde im Jahr 2016 an der TU Berlin das Softwaremodul *GHtoSOFi* entwickelt. Anhand der Formoptimierung einer Schalenbrücke mit Regelflächengeometrie wurde das Potential des entwickelten Softwaremoduls gezeigt und eine kleine Schalenbrücke im Maßstab 1 : 6,7 aus Textilbeton als Demonstrator

11 Conclusion and outlook

Despite being generated from straight lines, skew ruled surfaces can exhibit a double curvature and allow comparatively simple formwork fabrication for concrete shells. This allows the combination of structural advantages of a shell structure with a relatively low manufacturing cost.

Form finding is the crux of the design of shell structures. Classical form-finding methods are usually limited to structures exhibiting a pure membrane state. Since structural elements with ruled surface geometry usually do not exhibit a pure membrane state, a supplementation to this method is necessary. Structural optimization methods, in particular shape optimization, is highly promising for the conceptual and structural design.

In this project, the use of a line geometric model for shape optimization of concrete components with ruled surface geometry was investigated. While using a line geometric model, the advantage can be used that the design space is restricted to ruled surfaces. However, the identification of individual points of the generators with the line geometric model is not possible directly. Therefore, the generated shape must be transformed into Euclidean space in order to perform structural analysis. Thus, it becomes clear that the line geometric model cannot be used for the entire optimization process.

With the aim of optimizing thin-walled concrete components with ruled surface geometry by using the line geometric model, the software module *GHtoSOFi* was developed at the TU Berlin in 2016. The potential of the developed software module was shown by shape optimizing a shell bridge with ruled surface geometry and then realizing a shell bridge prototype on a scale of 1 : 6.7 made of textile concrete as a demonstrator. Here, the formwork fabrication from polystyrene foam by hot wire cutting and the related issues regarding the formwork design were investigated. Although the formwork production for the demonstrator was successful,

realisiert. Hieran wurden die Schalungsherstellung aus Polystyrol-Schaum durch Heißdrahtschneiden und die damit verbundenen Fragen hinsichtlich der Schalungskonzeption untersucht. Obwohl die Schalungsherstellung für den Demonstrator erfolgreich war, haben sich einige Punkte ergeben, bei denen noch Verbesserungspotential besteht.

Die Untersuchungen in diesem Projekt zeigen, dass das liniengeometrische Modell für die Formoptimierung von Betonbauteilen mit Regelflächengeometrie geeignet ist und sich als gute Alternative zu konventionellen Ansätzen (z. B. CAGD- und FE-basierte) darstellt. Allerdings kann sich das liniengeometrische Modell gegenüber aktuellen Ansätzen (z. B. das isogeometrische Verfahren) als ineffizienter aufgrund des oben genannten Nachteils erweisen. Ein Vergleich beider Ansätze sollte im Rahmen zukünftiger Forschung untersucht werden.

Bei Betonbauteilen bringt eine Vorspannung durch eine Reduzierung der Rissbildung in den Zugzonen bedeutsame konstruktive und wirtschaftliche Vorteile. Im Rahmen dieses Projektes wurde die Möglichkeit der Formoptimierung von Betonschalen mit Regelflächengeometrie für den Einsatz von Spanngliedern entlang der Erzeugenden untersucht. Ein mathematisches Modell wurde entwickelt, das als Zielfunktion verwendet werden kann. Exemplarische Bauteile wurden untersucht und nach dem entwickelten Ansatz optimiert. Die Ergebnisse zeigen ein großes Potential für den hier dargestellten und mögliche weitere Anwendungsbereiche, allerdings stellt der aktuelle Stand nur einen ersten Ansatz dar. Zukünftige Forschung sollte betrieben werden, um diesen weiterzuentwickeln.

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung des Projekts Nr. 198226551 innerhalb des Schwerpunktprogramms SPP 1542.

few areas were identified where there is still potential for further improvement.

The investigations in this project show that the line geometric model is suitable for shape optimization of concrete members with ruled surface geometry and is a good alternative to conventional approaches (e.g. CAGD and FE-based). However, the line geometric model may prove to be inefficient compared to current approaches (e.g., the isogeometric method) due to the disadvantage mentioned above. A comparison of the two approaches should be carried out as part of future research.

In concrete shell structures, prestressing can lead to significant structural advantages by reducing cracking in the zones with tensile stresses. In this project, the possibility of optimizing the shape of concrete shells with ruled surface geometry for the use of tendons along the generatrices was investigated. A mathematical model was developed that can be used as an objective function. Exemplary structures were studied and optimized using the developed approach. The results show great potential for the application presented here and possible further applications, however, the current status represents only a preliminary approach. Future research has to be carried out in order to develop it further.

Acknowledgement

The authors would like to thank the German Research Foundation (DFG) for funding project no. 198226551 within the Priority Programme SPP 1542.

Literatur | References

- [1] Cassinello, P.; Schlaich, M.; Torroja, J. A.: Félix Candela. In memoriam (1910–1997). From thin concrete shells to the 21st century's lightweight structures. *Informes de la Construcción* 62 (2010), S. 5–26
- [2] Schlaich, M.: Von den dünnen Betonschalen Félix Candelas zu den leichten Flächentragwerke von heute. *Der Bauingenieur – VDI-Bautechnik-Jahresausgabe* 2011/2012 84 (2011) 9, S. 139–146
- [3] Franz, G.; Schäfer, K.: Kapitel 7: Schalen. in: *Konstruktionslehre des Stahlbetons, Band II: Tragwerke, Teil A: Typische Tragwerke*, Berlin et al.: Springer, 1988, S. 340–448
- [4] Osman-Letelier, J. P.; Goldack, A.; Schlaich, M.; Lordick, D.; Grave, J.: Shape optimization of concrete shells with ruled surface geometry using line geometry. In: Bögle, A.; Grohmann, M. (Hrsg.): *Interfaces: architecture.engineering.science – Proc. of the IASS Annual Symp. 2017*, 25.–28.09.2017 in Hamburg, Hamburg: HCU und IASS, 2017, Book of Abstracts: S. 128, Langfassung auf USB-Stick: Beitrag Nr. 9199, 10 S.
- [5] Lordick, D.: Intuitive Design and Meshing of Non-Developable Ruled Surfaces. In: Gengnagel, C. (Hrsg.): *Proc. of the Design Modelling Symp. Berlin, 05.–07.10.2009* in Berlin, Berlin: Universität der Künste, 2009, S. 248–261
- [6] Pottmann, H.; Asper, A.; Hofer, M.; Kilian, A.: *Architekturgeometrie*. Wien · New York: Springer, 2010
- [7] Pottmann, H.; Wallner, J.: *Computational Line Geometry*. Berlin · Heidelberg: Springer, 2010
- [8] Lordick, D.; Klawitter, D.; Hagemann, M.: Liniengeometrie für den Leichtbau.“. In: Scheerer, S.; Curbach, M. (Hrsg.): *Leicht Bauen mit Beton – Forschung im Schwerpunktprogramm 1542, Förderphase 1*, Dresden: Institut für Massivbau der TU Dresden, 2014, S. 224–235 – <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-171646>.
- [9] Hennicke, J.: Vom Umgang mit leichten und weitspannbaren Flächentragwerken. In: Brinkmann, G. (Hrsg.): *Leicht und Weit. Zur Konstruktion weitgespannter Flächentragwerke*, DFG Sonderforschungsbereich, Stuttgart: VCH Verlagsgesellschaft mbH, 1990, S. 9–60
- [10] Bletzinger, K.-U.; Wüchner, R.; Daoud, F.; Camprubí, N.: Computational methods for form finding and optimization. *Computer methods in applied mechanics and engineering. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194 (2005) 30–32, S. 3438–3452 – DOI: 10.1016/j.cma.2004.12.026
- [11] Kemmler, R.: Formfindung: Die Interaktion von Kraft und Geometrie. *Stahlbau* 81 (2012) 6, S. 476–480 – DOI: 10.1002/stab.201201564
- [12] Gebreiter, D.: Holistic "form finding" using shape optimisation. In: Schober, H. (Hrsg.): *Transparent Shells Form Topology Structure*, Berlin: Ernst & Sohn, 2015, S. 175–184
- [13] Bletzinger, K.-U.; Ramm, E.: Form Finding of Shells by Structural Optimization. *Engineering with Computers* 9 (1993), S. 27–35
- [14] Bletzinger, K.-U.; Ramm, E.: Computational form finding and optimization. In: Adriaenssens, S.; Block, P.; Veenendaal, D.; Williams, C. (Hrsg.): *Shell Structures for Architecture. Form Finding and Optimization*, Kap. 5, Oxon · New York: Routledge, 2014, S. 45–55
- [15] Adriaenssens, S.; Block, P.; Veenendaal, D.; Williams, C. (Hrsg.): *Shell Structures for Architecture. Form Finding and Optimization*. Oxon · New York: Routledge, 2014
- [16] Kemmler, R.: *Stabilität und große Verschiebungen in der Topologie- und Formoptimierung*. Diss., Universität Stuttgart, 2004
- [17] Firl, M.: *Optimal Shape Design of Shell Structures*. Diss., TU München, 2010
- [18] Leibinger, R.; Schlaich, M.; Lösch, C.; Rieseberg, S.; Ballestrem, M.: Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben Infralichtbeton im Geschosswohnungsbau (INBIG), gefördert von der Forschungsinitiative Zukunft Bau des Bundesinstitutes für Bau-, Stadt- und Raumforschung, Fachgebiet Entwerfen und Konstruieren – Massivbau, TU Berlin, Berlin 2016
- [19] Spratt, K.; Ravani, B.: Kinematic Generation of Ruled Surfaces. *Adv. Comput. Math.* 17 (2002), S. 115–133 – DOI: 10.1023/A:1015211729988
- [20] Bottema, O.; Roth, B.: *Theoretical kinematics*. New York: Dover Publ., 1990
- [21] Noack, K.; Lordick, D.: Optimized Ruled Surfaces with an Application to Thin-Walled Concrete Shells. In: Cocchiarella, L. (Hrsg.): *ICGG 2018 – Proc. of the 18th Int. Conf. on Geometry and Graphics – 40th Anniversary*, 03.–07.08.2018 in Milan (Italy), *Advances in Intelligent Systems and Computing book series*, Springer Int. Publ., 2018, S. 338–349 – DOI: 10.1007/978-3-319-95588-9_27.
- [22] Weisstein, E. W.: "Dirichlet's Principle." From MathWorld, A Wolfram Web Resource: <https://mathworld.wolfram.com/DirichletsPrinciple.html> [Zugriff am | accessed on: 01.10.2020]
- [23] Schalvlies FORMTEX®-SK: <https://www.betomax.com/de/produkte/schalssystemtechnik/schalvlies/formtex-r-sk.html> [Zugriff am | accessed on: 01.10.2020]
- [24] P. S. B. G. & C. KG, „Technisches Merkblatt 0606 QS-Formblatt 09/16 Rev. 03“.
- [25] Datenblatt SITgrid017: <https://solutions-in-textile.com/file/sitgrid017-d.pdf> [Zugriff am | accessed on: 01.10.2017]
- [26] Osman-Letelier, J. P.; Goldack, A.; Schlaich, M.; Serrano, M.: Conceptual design of concrete shell bridges with ruled surface geometry. In: Adriaenssens S.; Mueller, C. (Hrsg.): *Creativity in Structural Design – Proc. of the IASS Symp. 2018*, 16.–20.07.2018 am MIT, Boston (USA), *Book of Abstracts*: S. 302, Langfassung auf USB-Stick: Beitrag Nr. 356, 8 S.
- [27] Leonhardt, F.: *Spannbeton für die Praxis*. Berlin: Wilhelm Ernst und Sohn, 1962

[28] Moragues, J. J.; Paya-Zaforteza, I.; Medina, O.; Adam, J. A.: Eduardo Torroja's Zarzuela Racecourse grandstand: Design, construction, evolution and critical assessment from the Structural Art. Engineering Structures 105 (2015), S. 186–196 – DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.10.008

[29] Pott, M.; Lordick, D.: Dual Spherical Energy Minimizer With Application To Smoothing Splines. In: Han, B.; Fan, H.; Lin, J.; Luo, X. (Hrsg.): Proc. of the 17th Int. Conf. on Geometry and Graphics, 04.–08.08.2016 in Beijing (China), Beijing Institute of Technology, 2016, Paper #131, S. 85–87 (book of abstracts), full paper: 9 S. (published digitally on a USB flash drive)

Bildnachweise | Picture credits

- Bilder | Pictures 1, 2, 7–12: TU Berlin
- Tabelle | Table 1: TU Berlin
- Bild | Picture 6 (Foto): Mike Schlaich
- Bilder | Pictures 3–5: TU Dresden; 3, 5: [29]

Projektdaten | Project data

Allgemeine Angaben | General information

Methoden und Werkzeuge für Entwurf und Herstellung schalenartiger und dünnwandiger Betonbauteile mit Regelflächengeometrie. Kurz: Dünnwandige Betonbauteile mit Regelflächengeometrie

Methods and tools for design and fabrication of shell-like and thin-walled concrete structures with line geometry. Short title: Thin-walled concrete structures with line geometry

Antragsteller 1 Applicant 1:	Prof. Dr.-Ing. Daniel Lordick Leiter der Arbeitsgruppe Geometrische Modellierung und Visualisierung Head of the working group Geometric Modeling and Visualization
DFG-Geschäftszeichen DFG reference number:	LO 1755/1-2 (Projektnummer Project number: 198226551)
Adresse Address:	Technische Universität Dresden, Institut für Geometrie, 01062 Dresden
Kontakt Contact:	+49 351 463 34193 daniel.lordick@tu-dresden.de https://tu-dresden.de/mn/math/geometrie/lordick
Berichts-/Förderzeitraum Reporting/funding period:	01.02.2015–31.01.2018 Kostenneutrale Verlängerung bis Cost-neutral extension up to: 31.12.2019
Antragsteller 2 Applicant 2:	Prof. Dr. sc. techn. Mike Schlaich Professor und Fachgebietsleiter Professor and head of department
DFG-Geschäftszeichen DFG reference number:	SCHL 1901/9-2 (Projektnummer Project number: 198226551)
Adresse Address:	TU Berlin, Institut für Bauingenieurwesen, Fachgebiet Entwerfen und Konstruieren – Massivbau, Gustav-Meyer-Allee 25, 13355 Berlin
Kontakt Contact:	+49 30 314 72130 ek-massivbau@tu-berlin.de https://www.ek-massivbau.tu-berlin.de
Berichts-/Förderzeitraum Reporting/funding period:	01.07.2015–30.06.2018 Kostenneutrale Verlängerung bis Cost-neutral extension up to: 31.12.2018
Team Team:	Juan Pablo Osman-Letelier (TU Berlin) Michael Pott (TU Dresden, 02/2015–06/2016) Kevin Noack (TU Dresden, 04/2017–09/2017) Martin Friedrich Eichenauer (TU Dresden, 10/2017–03/2019) Robert Päßler (TU Dresden, 10/2017–03/2019) Arndt Goldack (TU Berlin)

Projektbezogene Publikationen | Project related publications

- Pott, M.; Lordick, D.: Dual Spherical Energy Minimizer With Application To Smoothing Splines. In: Han, B.; Fan, H.; Lin, J.; Luo, X. (Hrsg.): Proc. of the 17th Int. Conf. on Geometry and Graphics, 04.–08.08.2016 in Beijing (China), 2016. Paper #131, 9 S. (published on USB flash drive), book of abstracts: S. 85–87
- Osman-Letelier, J. P.; Goldack, A.; Schlaich, M.; Lordick, D.; Grave, J.: Shape optimization of concrete shells with ruled surface geometry using line geometry. In: Bögle, A.; Grohmann, M. (Eds.): Interfaces: architecture.engineering.science – Proceedings of the IASS Annual Symposium 2017, 25.–28.9.2017 in Hamburg, Hamburg: HCU & IASS, 2017, book of abstracts: p. 128, full paper published digitally: paper no. 9199, 10 S.
- Noack, K.; Eichenauer, M. F.; Lordick, D.: Geometrical Optimization of Interconnected Voids in Concrete Ceilings. In: Stojaković, V. (Hrsg.): Conf. Proc. of moNGeometrija 2018, 07.–09.06.2016 in Novi Sad (Serbien), 2018, S. 104–116
- Noack, K.; Lordick, D.: Optimized Ruled Surfaces with an Application to Thin-Walled Concrete Shells. In: Cocchiarella, L. (Hrsg.): ICGG 2018 – Proc. of the 18th Int. Conf. on Geometry and Graphics / 40th Anniversary, 03.–07.08.2018 in Mailand (Italien), Springer International Publ., 2018, S. 338–349
- Osman-Letelier, J. P.; Goldack, A.; Schlaich, M.; Serrano, M.: Conceptual design of concrete shell bridges with ruled surface geometry. In: Mueller, C.; Adriaenssens, S. (Hrsg.): Creativity in Structural Design – Proc. of the IASS Annual Symp. 2019, 16.–20.07.2018 am MIT, Boston (USA), 2018, paper no. 356, 8 S.
- Päßler, R.; Lordick, D.: Material Models of Ruled Surfaces as Witnesses to the Development of Mathematical Teaching. In: Cocchiarella, L. (Hrsg.): ICGG 2018 – Proc. of the 18th Int. Conf. on Geometry and Graphics / 40th Anniversary, 03.–07.08.2018 in Mailand (Italien), Springer International Publ., 2018, S. 2041–2050
- Lehrecke, J.; Osman-Letelier, J. P.; Schlaich, M.: Tendon Geometry Optimization Using Path Integrals. In: Lázaro, C.; Bletzinger, K.-U.; Oñate, E. (Hrsg.): Form and Force – Proc. of the IASS Annual Symp. 2019 / Structural Membranes 2019, 07.–10.10.2019 in Barcelona (Spanien), 2019, S. 2076–2083
- Osman-Letelier, J. P.; Hückler, A.; Schlaich, M.: Application of Prestressed CFRP Textiles for the Development of Thin-Walled Concrete Structural Elements. In: The Evolving Metropolis – Proc. of the 2019 IABSE Congress, 04.–06.09.2019 in New York City (USA), 2019, S. 102–109 – DOI: 10.2749/newyork.2019.0102
- Osman-Letelier, J. P.; Lehrecke, J.; Schlaich, M.: Structural Optimization of Prestressed Concrete Shells with Ruled Surface Geometry. In: Lázaro, C.; Bletzinger, K.-U.; Oñate, E. (Hrsg.): Form and Force – Proc. of the IASS Annual Symp. 2019 / Structural Membranes 2019, 07.–10.10.2019 in Barcelona (Spanien), 2019, S. 2622–2629

Qualifikation wissenschaftlichen Nachwuchses im Rahmen des Projektes | Qualification of young academics within the framework of the project

Masterarbeiten | Master's Theses (TU Berlin)

- Grave, J.: Entwurf, Formoptimierung und Berechnung von Schalentragerwerken mit Regelflächengeometrie. 2016
- Schämamm, A.: Untersuchung von vorgespannten Flächentragwerken aus Carbonbeton. 2016
- Freymann, K.: Optimierung der Form und Vorspannung von Flächentragwerken aus Carbonbeton. 2017
- Serrano, M.: Conceptual Design of a Concrete Shell Bridge with Ruled Surface Geometry. 2018
- Dombrowski, M.: Optimierung der Form und Vorspannung von doppelt gekrümmten Carbonbetondachschalen mit Regelflächengeometrie. 2019
- Lehrecke, J.: Structural Optimization of Prestressed Concrete Shells with Ruled Surface Geometry. 2019

Folgeprojekte | Follow-up projects

- Die Forschung im SPP 1542 war ein Motor für die Beantragung eines weiteren Schwerpunktprogramms. Unter der Federführung von Prof. Mark (RUB) haben die Projektpartner Prof. Schlaich und Prof. Lordick am Einrichtungsantrag für das SPP „Adaptive Modulbauweisen mit Fließfertigungsverfahren – Präzisionsschnellbau der Zukunft“ mitgewirkt, der schließlich 2018 zur Einrichtung des SPP 2187 geführt hat. | The research in SPP 1542 was a driver for the application for another priority programme. Under the leadership of Prof. Mark (RUB), the project partners Prof. Schlaich and Prof. Lordick collaborated on the application for the establishment of the

SPP "Adaptive modular construction methods with flow manufacturing methods – precision rapid construction of the future", which finally led to the establishment of SPP 2187 in 2018.

- C3-V4.2: Vorgespannter Carbonbeton für Straßenbrücken und Flächentragwerke | Pre-stressed carbon concrete for road bridges and shell structures

Antragsteller Applicant:	Prof. Dr. sc. techn. Mike Schlaich (Verbundkoordinator)
Förderer Funding:	Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) / Zwanzig20-Projekt Carbon Concrete Composite – C ³
Laufzeit Period:	01.05.2016–31.10.2019
Partner Partners:	7 Firmen und 1 Forschungseinrichtung
Webseite Website:	https://www.bauen-neu-denken.de/vorhaben/v4-2-vorgespannter-carbonbeton-fuer-strassenbruecken-und-flaechentragwerke/

- Schalungsfreie Fließfertigung adaptiver Tragstrukturen aus variablen Rahmenelementen | Adaptive concrete diamond construction (ACDC)

Antragsteller Applicants:	Prof. Dr.-Ing. Daniel Lordick, Prof. Dr.-Ing. Viktor Mechtcherine (TU Dresden)
Förderer Funding:	Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) / SPP 2187
Laufzeit Period:	01.01.2020–31.12.2022

- Untersuchungen zum Tragverhalten modularisierter Tragstrukturen aus nachträglich vorgespannten individuellen Carbonbetonbauteilen auf Basis von Trockenfugen und Computertomographie | Investigations on the bearing behavior of modularized structures of post-tensioned individual carbon concrete elements on the basis of dry joints and computeromography

Antragsteller Applicants:	Prof. Dr. sc. techn. Mike Schlaich, Prof. Dr.-Ing. Sven Simon (Universität Stuttgart)
Förderer Funding:	Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) / SPP 2187
Laufzeit Period:	02/2021–02/2023

Sonstige Aktivitäten | Special activities

- Organisation des SPP-Arbeitsgruppentreffens am 07./08.04.2016 am FG Entwerfen und Konstruieren – Massivbau, TU Berlin | Organisation of the SPP working group meeting in April 2016 at TU Berlin
- Ausstellung der Demonstratorbrücke mit Regelflächengeometrie auf der internationalen Konferenz „Footbridge 2017“ in Berlin | Exhibition of the demonstrator bridge with ruled surface geometry at the international conference "Footbridge 2017" in Berlin
- Preis für den besten Beitrag im Bereich der Anwendung von Geometrie und Grafik auf der 6th Int. Conf. on Geometry and Graphics MONGEOMETRIJA 2018 für den Beitrag „Geometrical optimization of interconnected voids in concrete ceilings“, Juni 2018, Novi Sad (Serbien) | Best paper award in the field of application of geometry and graphics at the 6th Int. Conf. on Geometry and Graphics MONGEOMETRIJA 2018 for the paper entitled "Geometrical optimization of interconnected voids in concrete ceilings", June 2018, Novi Sad (Serbia)
- 2. Platz bei „Auf IT gebaut – Bauberufe mit Zukunft“ im Bereich Bauingenieurwesen für ein im Rahmen des SPP-Projekts entwickeltes Softwaremodul zur Optimierung vorgespannter Flächentragwerke aus Carbonbeton | 2nd place in "Built on IT – construction professions with a future" in the field of civil engineering for a software module developed within the framework of the SPP project for the optimisation of prestressed carbon reinforced concrete structures
- Int. Sommerschule "Line Geometry for Lightweight Structures", 10.-28.09.2019 an der TU Dresden mit 24 Teilnehmer*innen aus 10 Ländern, Abschlussausstellung der Ergebnisse und Videodokumentation | International Summer School "Line Geometry for Lightweight Structures", TU Dresden, 10.-28.09.2019 with 24 participants from 10 countries, final exhibition of the results and video documentation